

## A model and a heuristic for the primary health care coverage planning problem in Portugal – application to “Cova da Beira” case

Rogério A . F. Monteiro \*      António J. Pascoal †

\* Instituto Superior de Matemática e Gestão  
6230 Fundão

† Departamento de Matemática  
Universidade Portucalense - Infante D. Henrique  
4000 Porto

---

### Abstract

This communication presents an attempt in order to help on the Planning of a Primary Health Care Delivery System in Portugal. The research was conducted in order to get the optimal location and "districting" of hierarchical facilities in a network system. A linear integer multiobjective model is presented, considering location-allocation theory and also demographic evolution, as well as coherent structure. A metaheuristic solution method is provided. The model and the metaheuristic was applied to a set of instances and "Cova da Beira" Case.

### Resumo

Esta comunicação apresenta uma tentativa no sentido de ajudar no Planeamento do Sistema de Cobertura de Cuidados de Saúde Primários em Portugal. A investigação foi conduzida no sentido de obter a partição de zonas de procura e localização óptima de instalações hierárquicas num sistema de rede. É apresentado um modelo multiobjectivo linear inteiro, considerando a teoria de localização-afectação e também a evolução demográfica, bem como a estrutura coerente. É também apresentada uma metaheurística. O modelo e a metaheurística foram aplicados a um conjunto de instâncias e ao Caso da "Cova da Beira".

**Keywords:** Integer Programming, demographic models, hierarchical location-allocation models, hierarchical location-delivery models, multi-heuristic methods.

## 1 Introdução

Tornou-se relevante o desenvolvimento da investigação em saúde pela necessidade do planeamento deste sector e, em particular, nos Cuidados de Saúde Primários.

Assim, este artigo pretende constituir-se como um contributo para o Planeamento da Cobertura de Cuidados de Saúde Primários em Portugal. Para tal, procedeu-se:

- na secção 2 à definição do Problema de Planeamento de Cuidados de Saúde Primários em Portugal;
- na secção 3 à indicação da Complexidade Computacional do Problema do Planeamento da Cobertura de Cuidados de Saúde Primários em Portugal (PPCCSPP) e ao desenvolvimento de um modelo para o PPCCSPP;
- na secção 4 ao desenvolvimento de uma heurística para o PPCCSPP;
- na secção 5 á apresentação de uma abordagem de resolução do PPCCSPP em sistemas de instalações existentes;
- na secção 6 à determinação da complexidade computacional do método de resolução do PPCCSPP;
- na secção 7 à aplicação do modelo e do método a um conjunto de instâncias;
- na secção 8 à aplicação da heurística e do método exacto do Sistema CPLEX às instâncias do Concelho de Belmonte (IB), dos Concelhos da Covilhã (ICC) e Fundão (ICF) e da Cova da Beira (ICB). Nesta secção são ainda apresentados outros testes de validação;

Finalmente nas últimas secções são apresentadas as conclusões e sugestões de trabalho futuro.

## 2 Definição do PPCCSPP

Matematicamente, a rede de Cuidados de Saúde Primários (CSP) define-se como um processo pelo qual uma dada zona de procura é particionada em zonas de procura pequenas e, numa mesma zona, todas as localidades (freguesias) afectadas a uma instalação de nível  $m - 1$  (Extensões do Centro de Saúde – Instalações tipo A) são afectadas a uma e uma só instalação de nível superior  $m$  (Centro de Saúde – Instalações tipo B), onde se considerarmos  $I^k$  a instalação mais inclusiva (Centro de Saúde) com o serviço mais inclusivo e  $I^1$  a instalação menos inclusiva (Extensões do Centro de Saúde) com o serviço menos inclusivo, se tem:  $I^k \supset I^{k-1} \supset \dots \supset I^1$ .

Considerando, como se entende em Serrão et al.(1998)[15], os valores da Universalidade e Generalidade na cobertura através do planeamento e da distribuição dos recursos e que, segundo Santana (1993)[12], os incentivos para trazer os utilizadores aos Cuidados de Saúde Primários (CSP) públicos podem implicar o estabelecimento de locais de oferta mais acessíveis à população e maior facilidade em termos de transportes públicos e que, sempre que seja necessário, nos locais de menor acessibilidade geográfica, os CSP possam ser fornecidos por

equipas móveis que com facilidade se possam deslocar a esses locais, bem como provocar a diminuição do tempo de espera; o Planeamento da cobertura dos CSP caracteriza-se por um processo de análise demográfica através de Cenários de Perspectivas de Evolução Demográfica de médio prazo (10 a 15 anos), por processos hierárquicos de localização-afecção e localização-distribuição coerentes que permitam incorporar:

- a incerteza demográfica;
- restrições de capacidade/disponibilidade;
- restrições de zonalidade;
- a coerência hierárquica de instalações e serviços;
- e outros critérios de localização estabelecidos pelo Ministério da Saúde;
- a localização-distribuição de Extensões Móveis de Cuidados de Saúde Primários, com restrições de capacidade/disponibilidade e de extensão total.

Especificamente, os Centros de Saúde e Extensões de Saúde têm as fichas de caracterização constantes de (DGOTDU,1997)[6].

### 3 Um Modelo para o PPCSPP

Nesta secção, é desenvolvido um modelo para o PPCSPP. Em particular, o modelo tem em consideração os critérios de modelação estabelecidos em (DGOTDU, 1997)[6].

Assim o modelo é composto por três submodelos. Considerem-se as seguintes abreviaturas:

- **SPED** - Submodelo de perspectivas de Evolução Demográfica;
- **SLAI** - Submodelo de Localização-Afecção de Instalações Coerentes de Cuidados de Saúde Primários;
- **SLD** - Submodelo de Localização-Distribuição de Extensões Móveis de Cuidados de Saúde Primários.

#### 3.1 Formulação global

O **SPED** permite a construção de perspectivas de Evolução Demográfica, por forma a estimar a procura por localidade (freguesia) a médio prazo (10-15 anos). Assim, o submodelo, partindo de hipóteses de evolução, estima a população, tendo em conta a informação demossocio-económica da localidade, nomeadamente, as taxas de fecundidade, de mortalidade e migratórias e a probabilidade de sobrevivência dos grupos etários considerados.

O **SLAI** é uma extensão do problema da pq-mediana de Serra e ReVelle (1993)[14] que permite a localização-afecção de instalações coerentes de cuidados de saúde primários de acordo com:

- Os critérios descritos em (DGOTDU, 1997)[6];
- O princípio de equidade de acesso aos cuidados de saúde, referido por Santana (1993)[12] como um factor determinante no acesso para todos à saúde;
- Os dois objectivos estratégicos do Sistema de Saúde Português referidos em Serrão et al.(1998)[15];

considerando explicitamente a minimização dos efeitos das distâncias, das fracas redes de transportes e da ausência de transportes compatíveis que separam os utentes dos locais de oferta de cuidados de saúde. O modelo SLAI pode ser resolvido para vários cenários conforme se descreve em 4.

Atendendo a que um dos objectivos deste trabalho é debelar, de alguma forma, as barreiras geográficas no tocante ao acesso aos cuidados de saúde primários, o **SLD** permite o acesso a estes através de Extensões Móveis de Cuidados de Saúde Primários (veículos), aos utentes de todas as localidades (freguesias) com população inferior a 1500 habitantes cujo tempo de percurso no meio de transporte habitual para as unidades de cuidados de saúde primários já existentes seja superior a 30 minutos, ou não existam, para o efeito, pelo menos dois transportes diários. O **SLD** é uma formulação baseada na estrutura do problema da p-mediana hamiltoniana com restrições de capacidade de Branco e Coelho (1984)[2], em que os **p** circuitos (**rotas**) podem não ser na prática real circuitos hamiltonianos, mas estrelas (entende-se por estrela uma árvore com  $n$  vértices em que um destes tem grau  $n - 1$  e designa-se por centro). A formulação integra restrições de extensão total de uma qualquer rota e permite que o número de veículos seja uma variável de decisão. Assim, o submodelo pressupõe alguns requisitos específicos a considerar explicitamente:

1. Todas as rotas têm de começar e terminar no depósito (Instalação do tipo B);
2. Toda a localidade (freguesia) excepto a localidade (freguesia onde está instalado o depósito ou instalação do tipo B) é servida uma única vez por rota;
3. A cada instalação do tipo A estão associados:
  - um número de atendimentos  $q_i$  ( $q_0 = 0$ );
  - um tempo de serviço  $t_i$  ( $t_0 = 0$ ).
4. A cada rota estão associados:
  - um número máximo de atendimentos  $Q$ ;
  - uma extensão total (tempo de percurso mais tempo de serviço) máximo  $T$ .

Matematicamente, o **modelo global** tem a seguinte estrutura:

**SPED:**

$$\mathbf{Pop}(t + 10) = \mathbf{Pop}(t) \times p_{\text{sobrevivência}} + \mathbf{Pop}(t) \times p_{\text{fecundidade}} + \mathbf{Pop}(t) \times p_{\text{migrar}}$$

onde,

Pop( <i>t</i> )	População no instante <i>t</i>
Pop( <i>t</i> + 10)	População no instante <i>t</i> + 10, sendo o ano a unidade de tempo
<i>p</i> <sub>sobrevivência</sub>	Probabilidade de sobrevivência dos indivíduos ao fim de dez anos
<i>p</i> <sub>fecundidade</sub>	Taxa de fecundidade prevista para o período <i>t</i> + 10
<i>p</i> <sub>migrar</sub>	Probabilidade de migrar

**SLAI:**

$$\text{Min}A = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} p_i d_{ij} e_{ij} \tag{3.1}$$

$$\text{Min}B = \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} p_i d_{ik} s_{ik} \tag{3.2}$$

*Sujeito a:*

$$\sum_{j \in J} e_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \tag{3.3}$$

$$\sum_{k \in K} s_{ik} = 1 \quad \forall i \in I \tag{3.4}$$

$$\sum_{k \in K} e s_{jk} = 1 \quad \forall j \in J \tag{3.5}$$

$$e_{ij} \leq e_j \quad \forall i \in I \quad \forall j \in J_A \tag{3.6}$$

$$e_{ij} \leq e_j + s e_j \quad \forall i \in I \quad \forall j \in J_{AB} \tag{3.7}$$

$$e_{ij} \leq s e_j \quad \forall i \in I \quad \forall j \in K_B \setminus J_A \tag{3.8}$$

$$s_{ik} \leq s_k \quad \forall i \in I \quad \forall k \in K \tag{3.9}$$

$$e_{ij} + e s_{jk} \leq s_{ik} + 1 \quad \forall i \quad \forall j \in J \quad \forall k \in K \tag{3.10}$$

$$P_{\min} e_j \leq \sum_{i \in I} p_i e_{ij} \leq P_{\max} e_j \quad \forall j \in J \tag{3.11}$$

$$P'_{\min} s_k \leq \sum_{i \in I} p_i s_{ik} \leq P'_{\max} s_k \quad \forall k \in K \tag{3.12}$$

$$e_z^{\min} \leq \sum_{j \in Z_z} e_j \leq e_z^{\max} \quad \forall j \in J_A \quad \forall e_z^{\max}, e_z^{\min} \in Z \tag{3.13}$$

$$s_z^{\min} \leq \sum_{k \in Z_z} s_k \leq s_z^{\max} \quad \forall k \in K_B \quad \forall s_z^{\max}, s_z^{\min} \in Z \tag{3.14}$$

$$\left. \begin{array}{l} e_{ij}, s_{ik}, e s_{jk}, e_j, s_k, r_{ij}, r'_k = (0, 1) \\ d_{ij} = \begin{cases} \text{distância entre } i \text{ e } j \text{ se } r_{ij} = 0 \\ M \text{ se } r_{ij} = 1 \end{cases} \\ d_{ik} = \begin{cases} \text{distância entre } i \text{ e } k \text{ se } r'_k = 1 \\ M \text{ se } r'_k = 0 \end{cases} \\ M = \text{Número Suficientemente Grande.} \end{array} \right\} \quad \forall i \in I \quad \forall j \in J \quad \forall k \in K$$

onde,

$i, I$	Índice e conjunto de localidades de procura
$j, J$	Índice e conjunto de potenciais localizações de instalações do tipo A
$k, K$	Índice e conjunto de potenciais localizações de instalações do tipo B
$J_A$	Conjunto de potenciais localizações somente de instalações do tipo A; i.é. $J \setminus (J \cap K)$
$J_{AB}$	Conjunto de potenciais localizações para instalações do tipo A e B; i.é. $J \cap K$
$K_B$	Conjunto de potenciais localizações somente de instalações do tipo B; i.é. $K \setminus (J \cap K)$
$p_i$	População da localidade de procura $i$
$r_{ij}$	1, se o tempo de percurso no meio de transporte habitual entre $i$ e $j$ for superior a 30 minutos, ou não existam, para o efeito, pelo menos dois transportes diários; 0, caso contrário
$r'^k$	1, se a localidade $k$ integra ou está próxima de outros equipamentos sociais e estabelecimentos de ensino; 0, caso contrário
$P_{min}$	População mínima necessária para a localização de uma instalação do tipo A em $j$
$P_{max}$	População máxima necessária para a localização de uma instalação do tipo A em $j$
$P'_{min}$	População mínima necessária para a localização de uma instalação do tipo B em $k$
$P'_{max}$	População máxima necessária para a localização de uma instalação do tipo B em $k$
$z$	Índice de zona
$Z_z$	Conjunto de localidades compreendidas na zona $z$
$e_{min}^z$	Número mínimo de instalações do tipo A que podem ser localizadas na zona $z$
$e_{max}^z$	Número máximo de instalações do tipo A que podem ser localizadas na zona $z$
$s_{min}^z$	Número mínimo de instalações do tipo B que podem ser localizadas na zona $z$
$s_{max}^z$	Número máximo de instalações do tipo B que podem ser localizadas na zona $z$
$es_{jk}$	1, se a instalação do tipo A localizada em $j$ está afectada na hierarquia a uma instalação do tipo B localizada em $k$ ; 0, caso contrário
$e_{ij}$	1, se a procura da localidade $i$ está afectada a uma instalação do tipo A localizada em $j$ ; 0, caso contrário
$s_{ik}$	1, se a procura da localidade $i$ está afectada a uma instalação do tipo B localizada em $k$ ; 0, caso contrário
$e_j$	1, se existe uma instalação do tipo A localizada em $j$ ; 0, caso contrário
$se_j$	1, se existe uma instalação do tipo B localizada em $j$ ; 0, caso contrário
$s_k$	1, se existe uma instalação do tipo B localizada em $k$ ; 0, caso contrário

**SLD:**

$$\text{Min} \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} \sum_{l=1}^m x_{ijk}^l \quad (3.15)$$

*Sujeito a:*

$$\sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^p y_{ik}^l = 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.16)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ijk}^l = y_{jk}^l \quad j = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, p \quad (3.17)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ijk}^l = y_{ik}^l \quad i = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, p \quad l = 1, 2, \dots, m \quad (3.18)$$

$$\sum_{i=1}^n v_{ik} = 1 \quad k = 1, 2, \dots, p \quad (3.19)$$

$$\sum_{l=1}^m v_{ik}^l = m \quad i = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, p \quad (3.20)$$

$$y_{ik} \geq v_{ik} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, p \quad (3.21)$$

$$\sum_{k=1}^p \sum_{i,j \in S} x_{ijk}^l \leq |S| - 1 + \sum_{k=1}^p \sum_{i \in S} v_{ik} \quad \forall S : |S| > 1 \text{ e } S \subset N \quad l = 1, 2, \dots, m \quad (3.22)$$

$$\sum_{i=1}^n q_i \left( \sum_{j=1}^n x_{ijk}^l \right) \leq Q \quad k = 1, 2, \dots, p \quad l = 1, 2, \dots, m \quad (3.23)$$

$$\sum_{i=1}^n t_i \sum_{j=1}^n x_{ijk}^l + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ijk}^l \leq T \quad k = 1, 2, \dots, p \quad l = 1, 2, \dots, m \quad (3.24)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ijk}^l = 1 \quad k = 1, 2, \dots, p \quad l = 1, 2, \dots, m \quad (3.25)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, p$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, p$$

$$v_{ik} \in \{0, 1\} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, p$$

onde,

$i, j$	Índices de localidades a percorrer ou de procura
$k$	Índice do circuito
$l$	Índice do veículo ou Móvel
$S$	Conjunto das localidades já integradas em algum dos $p$ subconjuntos
$ S $	Número de localidades integradas em $S$
$d_{ij}$	Distância ou tempo de percurso entre as localidades $i$ e $j$
$ S $	Número de localidades integradas em $S$
$d_{ij}$	Distância ou tempo de percurso entre as localidades $i$ e $j$
$q_i$	Número de atendimentos por localidade
$Q$	Número máximo de atendimentos por rota
$t_i$	Tempo de serviço em cada localidade
$T$	Extensão total (tempo de percurso mais tempo de serviço)
$l$	Número de veículos ou móveis, onde $l \in [1, m]$ e $m \in [m', m'']$ com $m' \geq 1$ e $m'' \leq n$
$y_{ik}$	1, se a localidade $i$ pertence ao circuito $k$ ; 0, caso contrário
$y_{ik}^l$	1, se a localidade $i$ pertence ao circuito $k$ e é servida pelo veículo $l$ ; 0, caso contrário
$v_{ik}$	1, se um depósito é localizado no vértice $i$ do circuito $k$ ; 0, caso contrário
$v_{ik}^l$	1, se o depósito localizado em $i$ no circuito $k$ é servido pelo veículo $l$ ; 0, caso contrário
$x_{ijk}^l$	1, se o veículo $l$ vai de $i$ para $j$ directamente no circuito $k$ ; 0, caso contrário

**Em SLAI:**

A função objectivo (3.1) contém explícita e implicitamente três e quatro parâmetros, respectivamente. Esta função minimiza a soma das distâncias ponderadas entre cada localidade e a instalação do tipo A mais próxima. A função objectivo (3.2) contém explícita e implicitamente o mesmo número de parâmetros de (3.1). Esta função minimiza a soma das distâncias ponderadas entre cada localidade e a instalação do tipo B mais próxima. As áreas de procura são afectadas a uma e uma só instalação do tipo A e a uma e uma só instalação do tipo B, através das restrições (3.3) e (3.4), respectivamente. Com (3.5), uma instalação do tipo A é afectada a uma e uma só instalação do tipo B. As restrições (3.6) asseguram que se a área de procura  $i$  está afectada para serviços de nível A ao nodo  $j$  ( $j \in J_A$ ), então este nodo deve ter uma instalação do tipo A. Um nodo  $i$  pode ser afectado a uma instalação do tipo A ou a uma instalação do tipo B para receber serviços do tipo A, através de (3.7). Se o nodo  $i$  está livre para se afectar ao nodo  $j$  para serviços tipo A e o nodo  $j$  só pode ter instalações do tipo B então deve existir em  $j$  uma instalação tipo B, o que é estabelecido por (3.8). O conjunto de restrições (3.9) define que se a área de procura  $i$  está afectada ao nodo  $k$  para serviços do tipo B, então deve existir uma instalação do tipo B no nodo  $k$ . O reforço da coerência para a localização, isto é, todas as áreas afectadas à mesma instalação do tipo A estão afectadas à mesma instalação do tipo B, é assegurado por (3.10). A capacidade/disponibilidade mínima e máxima por tipo de instalação, incluindo o número de instalações de cada tipo a serem localizadas, é conseguida pelas desigualdades (3.11) e (3.12), respectivamente, consoante se trate de instalações do tipo A ou B. Finalmente, os números mínimo e máximo de cada tipo de instalações por zona são conseguidos pelas desigualdades (3.13) e (3.14) consoante se trate de instalações do tipo A ou B, respectivamente.

**Em SLD:**

A função objectivo (3.15) consiste em minimizar o custo total de transporte. A garantia que cada localidade  $i$  fica afectada a um e um só circuito e um só veículo é dada pelos conjuntos de condições (3.16), (3.17) e (3.18). A criação de  $p$  instalações (depósitos), sendo localizada uma em cada circuito é assegurada pelas condições (3.19). O depósito do circuito  $k$  é servido por todos os veículos do circuito  $k$  através das condições (3.20). A garantia de que a instalação (depósito) a abrir em cada circuito  $k$  só pode ser localizada numa das localidades pertencentes a esse circuito é dada pelas condições (3.21). A formação de circuitos em subconjuntos de  $N$  que contenham pelo menos uma instalação (depósito) é traduzida pelas restrições (3.22). A capacidade máxima (a quantidade máxima transportada por cada veículo) por rota é assegurada pelas restrições (3.23). O custo (tempo de percurso mais tempo de serviço) máximo por rota é assegurado pelas restrições (3.24). Finalmente, para que cada veículo seja usado uma só vez, consideram-se as restrições (3.25).

### 3.1.1 Formulação do SLAI para Hierarquia de Serviços Sucessivamente Exclusivos

A formulação apresentada refere-se a um sistema de instalações de serviços sucessivamente inclusivos, no entanto se a hierarquia se caracterizar por serviços sucessivamente exclusivos, ou seja, se as instalações do tipo B não prestarem os serviços prestados pelas instalações do tipo A, as restrições (3.6), (3.7) e (3.8) podem ser substituídas pelo seguinte conjunto de restrições:

$$e_{ij} \leq e_j + se_j \quad \forall i \in I \quad \forall j \in J \quad (3.26)$$

### 3.1.2 Formulação do SLAI para Hierarquia de Serviços Localmente Inclusivos

Se a hierarquia se caracterizar por serviços localmente inclusivos, isto é, uma instalação do tipo B presta serviços do tipo A apenas na localidade onde se encontra localizada, as restrições (3.6), (3.7) e (3.8) são substituídas pelas restrições:

$$e_{ij} \leq e_j + se_j \quad \forall i \in I \cap J_{AB} \quad \forall j \in J_{AB} \quad (3.27)$$

$$e_{ij} \leq se_j \quad \forall i \in I \cap K_B \quad \forall j \in K_B \quad (3.28)$$

## 3.2 Reformulações do PPCCSPP para Sistemas de Instalações Existentes

O PPCCSPP existe sempre que se pretenda constituir um novo sistema de instalações de cuidados de saúde primários ou sempre que se pretenda melhorar e expandir um sistema de instalações de cuidados de saúde primários existente. No caso em que se pretende constituir um novo sistema de instalações, o modelo do PPCCSPP apresentado em 3, pode ser directamente aplicado. Todavia, na maioria das situações reais trata-se de melhorar e/ou expandir um sistema já existente. Atendendo a que o Problema da Cobertura de Cuidados de Saúde Primários em Portugal se enquadra em critérios bem definidos onde não cabe teoricamente o efeito **ad-hoc**, é necessário introduzir no modelo a possibilidade de actualização do sistema existente. Neste caso e para que o modelo possa ser aplicado, determinados parâmetros de decisão devem ser fixados e devem ser efectuadas pequenas alterações para alguns parâmetros de sistema ou input nas situações seguintes:

1. A DIMINUIÇÃO DA POPULAÇÃO NA(S) LOCALIDADE(S) DA(S) ZONA(S).
2. A EXTINÇÃO DE LOCALIDADE(S) DE UMA OU MAIS ZONAS.
3. A EXTINÇÃO DE UMA OU MAIS ZONAS.
4. O AUMENTO DA POPULAÇÃO NA(S) LOCALIDADE(S) DA ZONA(S).
5. A CRIAÇÃO DE ZONAS.

## 3.3 Formulação do SLAI com Restrições de Tempo de Espera - (SLAITE)

O **SLAI** pode também ser formulado no sentido de minimizar os efeitos do tempo de espera no acesso aos cuidados de saúde primários que, tal como concluiu Santana (1993)[12], é um dos factores desincentivantes que mais influencia o custo do referido acesso. Acontece, porém, que esta formulação envolve uma componente estocástica, pois pressupõe o conhecimento da procura e da sua distribuição dentro do período de serviço ou atendimento. Assim, a formulação admite a aplicação do modelo de Poisson como modelo de comportamento aleatório e então admite-se que:

1. O modelo de Poisson traduz a realidade;

2. As chegadas processam-se de modo homogéneo dentro do período de serviço ou atendimento: sem concentrações numa parte do período e escassez de procura noutra parte do período e com intensidade  $f_i$  por parte de cada localidade.

A formulação supõe, ainda, um sistema de fila de espera M/M/m (com  $m$  servidores) por instalação.

Desta forma, constitui-se uma extensão do SLAI designada por SLAITE, que integra as restrições do SLAI e as seguintes restrições estocásticas (restrições de congestionamento) do tipo das usadas por Marianov e Serra (1998)[10]:

$$\sum_{i \in I} f_i e_{ij} \leq \mu_j \rho_{\alpha j} \quad \forall i \in I \quad \forall j \in J_A \quad (3.29)$$

$$\sum_{i \in I} f_i s_{ik} \leq \mu_k \rho_{\alpha k} \quad \forall i \in I \quad \forall k \in K \quad (3.30)$$

Onde  $\forall i \in I \quad \forall j \in J \quad \forall k \in K$ , supomos na função objectivo respectiva:

$$d_{ij} = \begin{cases} \text{distância entre } i \text{ e } j, \text{ se } r_{ij} = 0 \text{ ou se existem } m_j \text{ servidores em cada uma das instalações do tipo A localizadas em } j \\ M(\text{suficientemente grande}), \text{ se } r_{ij} = 1 \text{ ou se não existem } m_j \text{ servidores em cada uma das instalações do tipo A localizadas em } j \end{cases}$$

$$d_{ij} = \begin{cases} \text{distância entre } i \text{ e } k, \text{ se } r'_k = 1 \text{ ou se existem } m_k \text{ servidores em cada uma das instalações do tipo B localizadas em } k \\ M(\text{suficientemente grande}), \text{ se } r'_k = 0 \text{ ou se não existem } m_k \text{ servidores em cada uma das instalações do tipo B localizadas em } k \end{cases}$$

$f_i$  designa a intensidade de procura na localidade  $i$ ,

$\mu_j, \mu_k$  Taxa média de procura da localidade  $j$  ou  $k$  e  $\mu_j \geq m_k \lambda_k$ , em que  $\lambda_j = \sum_{f_i e_{ij}}$  ou

$$\lambda_k = \sum_{f_i s_{ik}}$$

$\rho_{\alpha j}, \rho_{\alpha k}$  É a taxa  $\frac{\lambda}{\mu}$  da localidade  $j$  ou  $k$  para pelo menos uma probabilidade  $\alpha$  de um utente encontrar uma fila com não mais de  $b$  utentes, isto é,  $p_0 + p_1 + \dots + p_{m+b} \geq \alpha$ . Em que  $p_w$  representa a probabilidade do sistema se encontrar no estado constante  $w$ : o estado  $w$  corresponde a  $w$  utentes na instalação (no sistema) a serem atendidos, isto é,  $w = m + b$  representa  $m$  utentes a serem atendidos e  $b$  na fila de espera.

Os conjuntos de restrições (3.29) e (3.30) asseguram que os utentes de cada localidade  $i$  quando afectados a serviços do tipo A ou B, consoante se trate de instalações do tipo A ou B, localizados em  $j$  ou  $k$ , têm uma probabilidade  $\alpha$  de encontrar uma fila com não mais de  $b$  utentes, isto é,  $p_0 + p_1 + \dots + p_{m+b} \geq \alpha$ .

## 4 Uma Heurística para o PPCCSPP

É possível demonstrar que o PPCCSPP pertence à classe dos problemas *NP-difíceis*, pelo que não existe nenhum algoritmo polinomial em tempo para resolver o problema. Desta

forma, apenas pequenas instâncias podem ser resolvidas por algoritmos de solução óptima. A aplicação de qualquer algoritmo de solução óptima, como o que faz parte do sistema CPLEX 6.01, à resolução do submodelo de localização-afecção de instalações (Centros de Saúde e Extensões dos Centros de Saúde) envolve  $n^3 + 4n^2 + 6n + 4$  restrições e  $3(n^2 + n)$  variáveis.

Atendendo à estrutura matemática do problema, este caracteriza-se por uma dimensão significativa na prática, pois como é sabido os problemas da vida real caracterizam-se por dimensões consideráveis que, devido à sua complexidade, raramente requerem a obtenção da solução óptima, considerando-se satisfatória a obtenção de uma solução “razoavelmente” óptima, desenvolve-se neste artigo uma abordagem de resolução heurística para o problema. A heurística pode ser aplicada à resolução do modelo para vários cenários. A heurística é aplicada à resolução do SLAI para cada um dos cenários. A partir das soluções obtidas para cada um dos cenários, o decisor obtém a solução final a utilizar com base no cenário sustentado na hipótese de evolução demográfica que lhe parece mais realista ou adequada à capacidade e aos meios que dispõe ou à resposta ao desafio que se lhe coloca. A abordagem que desenvolvemos é uma multi-metaheurística, incluída nos algoritmos de melhoramento, desenvolvida para o modelo apresentado. Concretamente, o método de resolução aqui proposto é constituído por três fases:

- Fase 1 - Método de Resolução do Submodelo de Perspectivas de Evolução Demográfica (SPED), que designamos por MSPED;**
- Fase 2 - Método de Resolução do Submodelo de Localização-Afecção de Instalações (SLAI), que designamos por MSLAI;**
- Fase 3 - Método de Resolução do Submodelo de Localização-Distribuição (SLD), que designamos por MSLD.**

#### 4.1 Um método de Resolução do SPED - MSPED

O MSPED é baseado na metodologia do “Cohort-Survival” com integração de taxas migratórias. Assim, tem-se:

- Passo 1 - Construir a probabilidade de sobrevivência dos grupos etários considerados na população de partida a partir de elementos de cálculo de uma tábua abreviada de mortalidade. Esta tábua é deduzida de taxas de mortalidade médias para o período em análise. Calcular  $\mathbf{Pop}(i, t) \times p_{\text{sobrevivência}}$
- Passo 2 - Calcular  $\mathbf{Pop}(i, t) \times t_{\text{fecundidade}}$  tendo em conta a taxa de fecundidade média verificada segundo os nados-vivos por grupo etário das mães num determinado período, ou seja, considerando cenários de evolução da taxa de fecundidade.
- Passo 3 - Calcular  $\mathbf{Pop}(i, t) \times p_{\text{migrar}}$  tendo em conta as taxas migratórias observadas noutros períodos, isto é, considerando cenários de evolução das taxas específicas de saldos migratórios.
- Passo 4 - Calcular as  $\mathbf{Pop}(i + 10, t + 10)$  tendo em conta os resultados, respectivos, obtidos nos Passos anteriores.

#### 4.2 Um Método de Resolução do SLAI - MSLAI

Como foi referido anteriormente o **MSLAI** é uma meta-heurística baseada na heurística de Teitz e Bart (1967)[16], melhorada por Desham e Rushton (1992)[5], e na meta-heurística de

Benati e Laporte (1994)[1].

Desta forma o método que desenvolvemos tem a seguinte articulação de Fases e Passos respectivos:

**Fase 1: Localização e afectação de instalações do tipo B**

**Subfase 1: Pré-processamento de dados**

Passo 1 - Construção da matriz distância  $D$  ou matriz tempo  $T$ :

$$D = d_{lc} = \begin{bmatrix} d_{11} & \cdots & d_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & \cdots & d_{nn} \end{bmatrix} \text{ ou } T = t_{lc} = \begin{bmatrix} t_{11} & \cdots & t_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{n1} & \cdots & t_{nn} \end{bmatrix}$$

onde  $l, c = 1, \dots, n$ .

Passo 2 - Construir o vector população por localidade,  $P$ :

$$P = P_l = [P_1, \dots, P_n], \quad l = 1, \dots, n.$$

Passo 3 - Actualizar o vector  $P$ .

Fazer  $\frac{P_l}{v_{\max}} = NIB$ ,  $l = 1, \dots, n$ , onde

$v_{\max}$  = Valor máximo de população afectada a um serviço do tipo  $B$

e

$NIB$  = Número de instalações do tipo  $B$ .

Se  $NIB \in \mathbb{N}$  e  $NIB > 1$  então  $B_c = NIB - 1$  ( $B_c$  é o número de serviços tipo  $B$  localizados em  $c$ ) e  $P_l = v_{\max}$ . Se  $NIB$  é fraccionário maior que 2 e se o algarismo decimal for menor a 5 ou igual ou superior a 5, arredondar  $NIB$  à unidade por defeito ou por excesso, respectivamente, diminuído de 1 e  $P_l = v_{\max}$ ; Se não  $P_l = P_l$ . Actualizar  $P$  em conformidade.

Passo 4 - Construção da matriz ponderada  $MP$ :

$$MP_{lc} = \begin{bmatrix} P_1 d_{11} & \cdots & P_1 d_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_n d_{n1} & \cdots & P_n d_{nn} \end{bmatrix} \text{ ou } MP_{lc} = \begin{bmatrix} P_1 t_{11} & \cdots & P_1 t_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_n t_{n1} & \cdots & P_n t_{nn} \end{bmatrix} \text{ onde}$$

$l, c = 1, \dots, n$ .

Passo 5 - Restrições de capacidade (População necessária para abrir uma instalação tipo  $B$ ):

$$v_{\min} < \sum_{l \in LOCB_c} P_l < v_{\max}, \quad c \in SB$$

onde:

$v_{\min}$  = Valor mínimo de população afectada a cada instalação tipo  $B$ .

$v_{\max}$  = Valor máximo de população afectada a cada instalação tipo  $B$ .

$SB$  = Conjunto de localidades com instalações tipo  $B$  localizadas.

$LOCB$  = Conjunto de localidades afectadas ao serviço tipo  $B$ .

Introdução dos parâmetros  $v_{\min}$  e  $v_{\max}$ .

Passo 6 - Restrições de zonalidade:

Se  $l \notin Z_z$  e  $c \in Z_z$ , isto é  $l \not\subset z$  e  $c \subset z$ , ou  $l \in Z_z$  e  $c \notin Z_z$ , isto é  $l \subset z$  e  $c \not\subset z$ , fazer:

$MP_{lc}$  Número suficientemente grande. Caso contrário  $MP_{lc} = MP_{lc}$ ;

onde  $z$  e  $Z$  são definidos como índice da zona e conjunto e conjunto de localidades de  $z$ , respectivamente.

**Subfase 2: Algoritmo Tipo Ganancioso**

Passo 1 - Seja  $S_0 = \emptyset$  e  $p = 1$

Passo 2 - Seja  $S_p = S_{p-1} \cup V_c$ , onde  $V_c$  representa o índice do vértice (localidade) que permite a maior redução da distância média:

$$\Delta(S_{p-1}, V_c) = \min_{V_c \in V} [Z(S_{p-1} \cup V_c) - Z(S_{p-1})] \text{ onde } V = \{\text{Vértices}\}.$$

Enquanto  $S_{p-1} \cup V_c$  não é admissível,  $p = p+1$  e repetir o Passo 2. Caso contrário ir para a Subfase 3.

Comentário: Sendo  $V = \{V_1, V_2, \dots, V_n\}$ , o conjunto dos vértices ou localidades,  $S_p$  é um subconjunto de  $V$  com  $p$  elementos,  $P_l$  é a população ou peso da localidade  $l$  e, para qualquer subconjunto  $S_p$  de  $V$ , tem-se:

$$d(V_l, S_p) = \min_{V_c \in S_p} d(X_l, X_c). \text{ Donde } S_{p-1} \cup V_c = \sum_{l \in V} P_l d(S_{p-1}, V_c) \text{ e } Z(S_{p-1} \cup V)_c = \sum_{l \in V} \min [P_l d(S_{p-1}, V_c)].$$

**Subfase 3: Heurística Tipo Teitz e Bart**

Passo 1 - Seja  $S^* = S_p$  e  $Z_s^* = Z(S_p)$

Passo 2 - Seja  $I = 0$ ,  $Z_S^0 = Z_S^*$

Passo 3 - Fazer  $S_I = S_{I-1} - V_S + V_A$ , onde  $V_S \in S_{I-1}$  e  $V_A \in (V \setminus S_{I-1})$ . Verificar a admissibilidade. Caso seja admissível guardar a solução.

Passo 4 - Se  $Z(S_I) < Z_S^*$  e  $S_I$  é admissível,  $S^* = S_I$  e  $Z_S^* = Z(S_I)$ . Repetir o Passo 2 até que todos os vértices tenham sido permutados.

Passo 5 - Se  $Z_S^* < Z(S_0)$ , seja  $Z_S^0 = Z_S^*$  e voltar ao Passo 2. Caso contrário, ir para a Subfase 4.

**Subfase 4: Meta-heurística (Pesquisa Tabu)**

Passo 1 - Seja  $I = 0$

Passo 2 - Seja  $Z_S^0 = Z_S^*$ . Nenhum vértice é tabu.

Passo 3 - Considerem-se todas as soluções adjacentes  $Z_I^i$  de  $Z_I$ , obtidas permutando uma instalação do vértice  $V_i' \in S_I$  com o vértice  $V_i'' \notin S_I$ , guardar as soluções admissíveis. Ordenar as soluções  $Z_I^i$  por ordem crescente em função de  $Z(S_I^i)$ . Ordenar os vértices da mesma maneira.

Passo 4 - Se  $Z(S_I^i) < Z_S^*$  ou se  $V_i''$  não é tabu, fazer  $S_{I+1} = S_I$ ,  $Z_S^* = Z(S_I)$ , declarar  $V_i'$  tabu até à iteração  $I + \theta$ , com  $\theta \in [\bar{\theta}, \underline{\theta}]$ , e ir para o Passo 5. Caso contrário, fazer  $i = i + 1$ . Se todos os vértices foram visitados, escolher o vértice  $V_i''$  com a menor marca tabu (o menos tabu)  $I + \theta$  e levantar o estado tabu de  $V_i''$ . Repetir o Passo 4.

Passo 5 - Fazer  $I = I + 1$ . Se  $I < I_{\max}$ , voltar ao Passo 2 da Subfase 4. Caso contrário, fazer  $p = p + 1$  e voltar ao Passo 2 da Subfase 2 sempre que a última solução encontrada seja admissível. Se assim não acontecer, guardar a última solução admissível como solução final.

Onde:

$$\bar{\theta} = 5, \quad \underline{\theta} = 10 \text{ e } I_{\max} = 20, \text{ seguindo a sugestão de Glover e Laguna (1993)[8].}$$

**Fase 2: Localização e afectação de instalações do tipo A****Subfase 1: Pré-processamento de dados para instalações do tipo A**

Passo 1 - Restrições para a localização de uma instalação do tipo A:

$R_1$  : População necessária para abrir uma instalação do tipo A, traduz-se por:

$$P_{\min} \leq \sum_{l \in LOCA_c} P_l \leq P_{\max}, c \notin SB, \text{ onde:}$$

$LOCA$  = Conjunto das localidades afectadas à instalação do tipo A.

$P_{\max}$  = População máxima afectada a cada instalação do tipo A .

$P_{\min}$  = População mínima afectada a cada instalação do tipo A .

$R_2$  : Distância máxima ou tempo máximo de percurso no meio de transporte habitual, entre as unidades existentes, necessário para ser localizada uma instalação do tipo A, traduz-se:

$$d_{lc} > D_{\max} \text{ ou } t_{lc} > T_{\max}, \text{ com } c \in SB \text{ ou } c \in SA \text{ e } l \in LSI, \text{ onde:}$$

$SA$  = Conjunto das localidades com instalações do tipo A

$LSI$  = Conjunto das localidades sem instalação.

$R_3$  : Número de transportes públicos diário necessário para criar uma instalação do tipo A, traduz-se:

$$t'_{lc} = 0 \text{ com } c \in SB \text{ ou } c \in SA \text{ e } l \in LSI.$$

Passo 2 - Actualizar o vector  $P$ . Seja  $P' = P$ .

-Fazer  $\frac{P'_l}{P_{\max}} = NIA, l \notin SB$ . Se  $NIA \in \mathbb{N}$  e  $NIA > 1$  então  $E_c = NIA - 1$  e  $P'_l = P_{\max}$ . Se  $NIA$  for fraccionário maior que 2 e se o algarismo decimal for menor que 5 ou maior ou igual a 5, arredondar  $NIA$  à unidade por defeito ou excesso, respectivamente, diminuído de 1 e  $P'_l = P_{\min}$ . Caso contrário  $P'_l = P'_l$ . Actualizar  $P'$ .

- Senão, fazer  $\frac{P'_l}{P_{\min}} = NIA, l \notin SB$ . Se  $NIA \in \mathbb{N}$  e  $NIA > 1$  então  $E_c = NIA - 1$  e  $P'_l = P_{\min}$ . Se  $NIA$  for fraccionário maior que 2 e se o algarismo decimal for menor que 5 ou maior ou igual a 5, arredondar  $NIA$  à unidade por defeito ou excesso, respectivamente, diminuído de 1 e  $P'_l = P_{\min}$ . Caso contrário  $P'_l = P'_l$ . Actualizar  $P'$ .

Passo 3 - Reconstruir, para  $l, c \notin SB$ , a matriz ponderada  $MPR$ :

1. Fazer  $P'_l d_{lc}$  ou  $P'_l t_{lc} =$  Número suficientemente grande , para  $t'_{lc} = 0$  e  $MPR_{lc}$  com  $c \notin LOCB$ ;

(a) Fazer  $MPR_{lc} = P'_l d_{lc}$  ou  $MPR_{lc} = P'_l t_{lc}$  para  $c \in LOCB$ .

Passo 4 - Reiniciar o MSLAI na Subfase 2 da Fase 1. Ir para o Passo 5.

Passo 5 - Calcular  $Z^*(Novo) = \beta Z_S^* + \alpha Z_{S'}^*$ , com  $\alpha = \frac{Z_{S'}^*}{Z_S^* + Z_{S'}^*}$  e  $\beta = 1 - \alpha$ .  
Guardar  $Z^*(Novo)$ .

**Subfase 2: Repetir a Subfase 1 da Fase 2 para cada solução admissível encontrada na fase anterior. Se for encontrado um  $Z_N^*(Novo)$  inferior, fazer  $Z^*(Novo) = Z_N^*(Novo)$ .**

### 4.3 Um Método de Resolução do SLD - MSLD

O MSLD é uma bi-metaheurística baseada na metaheurística do MSLAI e na metaheurística desenvolvida por Rego (1994)[11] para o problema da determinação de Rotas de Veículos com

restrições de capacidade e extensão (duração) de rota<sup>1</sup>.

O MSLD consiste:

1. Em localizar, tendo em conta as restrições de zonalidade, as localidades (depósitos), de entre as localidades não afectadas a quaisquer instalações, de onde saem as Extensões Móveis de Cuidados de Saúde Primários, e afectar as restantes localidades às localidades consideradas como depósitos;
2. Determinar para cada localidade (depósito) e respectivas localidades afectadas o número de Extensões Móveis de Cuidados de Saúde Primários e as rotas de custo mínimo tendo em conta as restrições do problema apresentadas.

Assim, o algoritmo tem a seguinte estrutura:

**Fase 1: Localização e afectação de localidades (depósitos)**

**Subfase 1: Pré-processamento de dados para Extensões Móveis de Cuidados de Saúde Primários a prestarem serviços do tipo A a localidades não afectadas a quaisquer instalações do tipo A ou B.**

Passo 1 - Construção da matriz distância  $D$  ou matriz tempo de percurso  $T$ :

$$D = d_{lc} = \begin{bmatrix} d_{11} & \cdots & d_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & \cdots & d_{nn} \end{bmatrix} \text{ ou } T = t_{lc} = \begin{bmatrix} t_{11} & \cdots & t_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{n1} & \cdots & t_{nn} \end{bmatrix}$$

Passo 2 - Construir o vector população por localidade,  $P$ :

$$P = P_l = [P_1, \dots, P_n], \quad l = 1, \dots, n.$$

Passo 3 - Construção da matriz ponderada  $MP$ :

$$MP_{lc} = \begin{bmatrix} P_1 d_{11} & \cdots & P_1 d_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_n d_{n1} & \cdots & P_n d_{nn} \end{bmatrix} \text{ ou } MP_{lc} = \begin{bmatrix} P_1 t_{11} & \cdots & P_1 t_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_n t_{n1} & \cdots & P_n t_{nn} \end{bmatrix}$$

onde  $l, c = 1, \dots, n$ .

Passo 4 - Restrições de zonalidade:

Se  $l \notin Z_z$  e  $c \in Z_z$ , isto é  $l \not\subset z$  e  $c \subset z$ , ou  $l \in Z_z$  e  $c \notin Z_z$ , isto é  $l \subset z$  e  $c \not\subset z$ , fazer:

$MP_{lc} = \text{Número suficientemente grande}$ . Caso contrário  $MP_{lc} = MP_{lc}$ ;

onde  $Z$  e  $z$  são definidos como em 3.2.1.

**Subfase 2: Subfase 2 da Fase 1 do MSLAI**

**Subfase 3: Subfase 3 da Fase 1 do MSLAI**

**Subfase 4: Subfase 4 da Fase 1 do MSLAI**

**Fase 2: Determina o número de Extensões Móveis de Cuidados de Saúde Primários e as rotas de custo mínimo para cada uma das zonas (estrelas) determinadas na fase anterior. Assim, é aplicada a metaheurística de Rego (1994) [11] ao modelo inteiro seguinte:**

$$\text{Min} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=1}^m t_{ij} x_{ijk} \quad (4.1)$$

<sup>1</sup>Em substituição da metaheurística de Rego (1994)[11], pode ser aplicada à resolução do MSLD a heurística baseada em algoritmos genéticos desenvolvida por Schutz et al. (1998) apresentada no IO'98.

Sujeito a:

$$\sum_{k=1}^m y_{ik} = \begin{cases} 1 \\ m \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad i = 0 \quad (4.2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ijk} = y_{jk} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (4.3)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ijk} y_{ik} \quad i = 0, 1, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (4.4)$$

$$\sum_{i=1}^n q_i y_{ik} \leq Q_k \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (4.5)$$

$$\sum_{i=1}^n t_i y_{ik} + \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ijk} \leq T_k \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (4.6)$$

$$\sum_{i,j \in S \times S=1} x_{ijk} \leq |S| - 1 \quad \forall S : 1 < |S| < n \quad (4.7)$$

$$x_{n0k} = 1 \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (4.8)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad i = 0, 1, \dots, n \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (4.9)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\} \quad k = 1, 2, \dots, m \quad i = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (4.10)$$

onde,

$n$	Número de localidades, o depósito corresponde à localidade 0
$m$	Número de veículos
$t_{ij}$	Duração do percurso entre $i$ e $j$ , $i, j = 0, \dots, n$
$q_i$	Procura da localidade $i$ , $i = 0, \dots, n$
$t_i$	Tempo para servir a localidade $i$ , $i = 0, \dots, n$
$Q_k$	Capacidade do veículo $k$ , $k = 0, \dots, m$
$T_k$	Limite temporal da rota $k$ , $k = 0, \dots, m$

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } k \text{ vai de } i \text{ para } j \text{ directamente} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$y_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{se a localidade } i \text{ é servida pelo veículo } k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A função objectivo (4.1) minimiza o tempo total de percurso. As restrições (4.2) garantem que as localidades estão afectadas a um veículo, o depósito é servido por todos os veículos. As equações (4.3) e (4.4) garantem que um veículo que chega a uma localidade para a servir também parte dessa localidade servida. As desigualdades (4.5) e (4.6) não permitem que a capacidade dos veículos e o limite da duração das rotas sejam excedidos. As desigualdades (4.7) eliminam a formação de subcircuitos. As igualdades (4.8) obrigam a que os veículos sigam imediatamente da localidade  $n$  servida para o depósito. As igualdades (4.9) e (4.10) definem as variáveis como binárias.

As restrições (4.7) e (4.8) podem ser substituídas pelas restrições de Rego (1994) [11]: onde para  $i \neq j = 1, 2, \dots, n$  e  $y_i$  arbitrário

$$y_i - y_j + n \sum_{k=1}^m x_{ijk} \leq n - 1 \quad (4.11)$$

as quais eliminam a formação de subcircuitos e impõem que cada rota passe pelo depósito.

## 5 Uma Abordagem de Resolução do PPCCSPP em Sistemas de Instalações Existentes

Como foi referido, na maioria das situações reais trata-se de melhorar e/ou expandir um sistema de instalações existente. Tendo em conta esta realidade é necessário introduzir no método a possibilidade de actualização do sistema existente de cuidados de saúde primários. Assim, constroem-se para as zonas (estrelas) com alterações, resultantes de movimentos demográficos, excepto os casos de extinção de zona(s), o vector  $P$ , a matriz de distância  $D$  (ou a matriz de tempo  $T$ ) e a matriz de adjacência  $A$  que passam a constituir os parâmetros de sistema para aplicação do MSLAI. Tendo em conta os resultados do MSLAI constroem-se, de acordo com as restrições de zonalidade, para as localidades não afectadas a qualquer instalação do tipo A ou B, a matriz distância  $D$  (ou a matriz de tempo  $T$ ) e o vector  $P$  para aplicação do MSLD.

## 6 Complexidade Computacional do Método de Resolução do PPCCSPP

Consideremos os subalgoritmos mais significativos MSLAI e MSLD e, de entre todos os procedimentos que os compõem, o Passo 3 da Subfase 4 da Fase 1 do MSLAI como o Passo mais significativo. Deste resultam  $(n-p)p$  trocas que implicam  $(n-p)p$  cálculos do valor da solução correspondente e a reordenação das soluções. Como o cálculo do valor de cada solução considera, para além das  $n-1$  adições,  $np$  comparações. E a reordenação das soluções no pior-caso é um procedimento  $O(np-p)^2 = O(n^2p^2 - 2np^3 + p^4)$ , tem-se, usando o conceito de notação assintótica do tipo “BIG-O”,  $O(PPCCSPP) = O(n^2p^2)$  no pior-caso.

## 7 Experiência Computacional

O SLAI e o MSLAI são avaliados para um conjunto de instâncias geradas aleatoriamente. Inicialmente, para cada instância foram gerados  $n \in [0, 63]^2$  nodos seguindo uma distribuição uniforme. Os arcos de conexão obtiveram-se também aleatoriamente para assegurar a conectividade de cada rede. Uma vez conhecidos os arcos, calculou-se a distância euclideana entre todos os nodos conectados entre si, aplicando-se posteriormente um algoritmo de caminho mínimo para obter as matrizes distância de cada rede. Cada matriz distância foi modificada por forma a originar uma matriz distância composta por duas zonas e uma outra matriz distância composta por três zonas. Para que as localidades se agrupassem por zonas foram seleccionados aleatoriamente o número e as localidades a afectar a cada zona. As procuras nos nodos foram geradas aleatoriamente no intervalo  $[0, 40000]$ . Para cada  $n$  foram geradas 100 instâncias. As soluções óptimas foram obtidas usando o algoritmo exacto que faz parte do

sistema CPLEX 6.01. O método foi codificado em C++ e executado num Pentium III a 500 MHZ com 384 MB de RAM. Os resultados são os constantes da Tabela 1.

O uso do método de ponderação para um problema de programação inteira implica não ter a certeza de que todos os pontos-solução são encontrados (Cohon, 1978) [4]. Contudo, no sentido de identificar um conjunto de pontos-solução no espaço objectivo, foram realizadas várias execuções com um conjunto diferente de ponderações em  $\alpha$  e  $\beta$  do SLAI<sup>2</sup>. Assim, foram realizadas, para cada instância e para cada composição (número de zonas) correspondente, 12 execuções do CPLEX e da Heurística com diferentes ponderações.

Tabela 1: Comparação das soluções heurísticas com as soluções óptimas

$n$	NZ	% de Soluções Óptimas	% de Soluções Óptimas ATG	% de Soluções Óptimas T T B	% de Soluções Óptimas Tabu	% de Desvio do Óptimo	Média do Consumo (segundos)	Tempo Médio CPLEX (segundos)
5	1	100	92	98	100	0.00	0.00	0,05
	2	100	52	97	100	0.00	0.00	0,05
	3	100	37	98	100	0.00	0.00	0,05
31	1	100	17	97	100	0.00	0.73	39,11
	2	91.7	9	82	91.7	0.01	1.11	308,34
	3	99.3	9	79	99.3	0.02	1.79	380,01
62	1	100	15	98	100	0.00	6,03	18211,03
	2	92.4	7	81	85	0.02	6.74	30888,27
	3	93.4	2	82	93.4	0.01	7,01	34446,22

Na Tabela 1: a coluna 1 representa o número de nodos de cada instância; a coluna 2 indica o número de zonas (NZ) que compõem a instância; a coluna 3 apresenta a percentagem de vezes que se obteve a solução óptima para cada composição; a coluna 4 indica a percentagem de vezes que a solução óptima foi obtida pelo ATG - Algoritmo Tipo Ganancioso; a coluna 5 apresenta a percentagem de vezes que a solução óptima foi obtida pela heurística TTB - Tipo Teitz e Bart; a coluna 6 exibe a percentagem de vezes que a solução óptima foi obtida pela Pesquisa Tabu e a coluna 7 mostra o desvio médio do óptimo para os casos em que não foi possível obtê-lo. Da tabela pode observar-se que em todas as instâncias com apenas uma zona, sem decomposição, a heurística obteve a solução óptima. Nos casos de instâncias com duas ou três zonas obteve o valor óptimo em mais de 90% das instâncias onde o efeito da percentagem média de desvio do óptimo sobre a solução é praticamente insignificante. É de salientar que a heurística não possui qualquer sofisticação numérica ou outra como acontece com qualquer versão do CPLEX, constatando-se apenas que nos casos em que não foi possível obter o valor óptimo se verificou um aumento de instalações do tipo B (Centros de Saúde), permitindo uma diminuição das distâncias ponderadas para as instalações do tipo B e um aumento das distâncias ponderadas para as instalações do tipo A (Extensões dos Centros de Saúde), por serem instalações de serviços sucessivamente inclusivos. Nas instâncias sem decomposição foram obtidas melhores

<sup>2</sup> $OBJ_{Novo} = \alpha \times OBJ_A + \beta \times OBJ_B$ , onde  $OBJ_{Novo}$  é o novo valor objectivo ponderado,  $OBJ_A$  é o valor objectivo que minimiza a distância ponderada às instalações do tipo A e  $OBJ_B$  o valor objectivo que minimiza a distância ponderada às instalações do tipo B.

soluções do que nas correspondentes instâncias com composição. Em todas as execuções o tempo de computação da heurística é consideravelmente inferior ao tempo de computação do algoritmo exacto. O aumento da dimensão do problema não parece, pelo menos nesta experiência, influenciar significativamente a qualidade das soluções, apenas é acompanhado por um aumento do Tempo Médio consumido. Em suma, a aplicação do modelo e do método revelou-se bastante eficiente em relação ao método exacto, pelo menos na nossa experiência, e capaz de resolver problemas de grande dimensão eficientemente.

## 8 Um Exemplo de Aplicação: O Caso da “COVA DA BEIRA”

Considerando a importância de uma abordagem analítica e prática na aplicação do modelo e do método a uma situação real, ilustramos a nossa abordagem com o exemplo da “Cova da Beira” permitindo uma comparação com a situação real e o estabelecimento de parâmetros admissíveis de capacidade/disponibilidade para uma aplicação integrada. Na aplicação consideraram-se os dados da Tabela A1.

Assim, antes de apresentarmos quaisquer resultados da aplicação da Fase 3 do método às localidades não afectadas a Extensões de Saúde e a Serviços tipo A em Centros de Saúde resultantes da aplicação das Fases 1 e 2 do método (ver Tabela 2), importa fazer uma análise dos resultados da aplicação das Fases 1 e 2 do método (ver Tabela 3), considerando a cobertura e a disponibilidade média por habitante do sistema de cuidados de saúde primários da Cova da Beira. Começamos por analisar, tendo em conta os dados de 2001 cedidos pela Sub-Região de Saúde de Castelo Branco para: o Distrito de Castelo Branco; os Concelhos de Belmonte, Covilhã e Fundão e para a Cova da Beira, a cobertura e a disponibilidade média de consulta por habitante. Na Tabela A2 podem observar-se, para os referidos Concelhos e Cova da Beira, a população residente constante dos resultados preliminares dos Censos 2001 (P), o número de primeiras consultas (NPC), o número de primeiras consultas e seguintes (NPCS), a cobertura (C) e a disponibilidade média de consultas por habitante (DMCH) em 2001. Na mesma tabela pode, também, ser observada a mesma informação para o Continente, tendo por base os dados provisórios relativos a 2001 cedidos pela Direcção-Geral da Saúde. Na tabela  $C = NPC/P$  e  $DMCH = NPCS/P$ . Da observação da coluna DMCH da Tabela 5 e atendendo a que em relação a 1999 em 2001 o NPCS baixou em média 22% (em 1999 a DMCH para o Distrito de Castelo Branco foi de 2,9), parece-nos possível considerar como disponibilidade média de consultas por habitante a meta de 3 consultas por ano. Atendendo aos resultados da Tabela 2 e ao constante em Tien et al. (1984)[17], que cada consulta tem a duração de 20 minutos e que entre cada consulta é necessário um tempo de preparação de 5 minutos, obtemos a Tabela 4 que permite observar o número de horas/dia-útil (NHD) requeridos por cada localidade num intervalo temporal de 11 meses.

Tendo em conta a disponibilidade média de 30 horas/semana de cada médico de família, obtemos uma disponibilidade média de 6 horas/dia-útil por médico de família. Como normalmente por razões de boa gestão e de eficiência os turnos de intervenção do médico de família se desenvolvem por períodos de 3 horas no máximo e a afectação de Extensões Móveis não deverá ser de dedicação exclusiva a uma só localidade, então a afectação de Extensões Móveis de Cuidados de Saúde Primários só poderá ser feita na presença de pelo menos duas localidades cujo comprimento total (tempo de percurso mais tempo de serviço) de cada rota seja não superior a 3 horas. Assim, neste caso particular, apenas as localidades Z2(3) e Z2(18),

Tabela 2: Localidades (freguesias) não afectadas a Extensões de Saúde nem a serviços tipo A em Centros de Saúde.

<b>LOCALIDADES (FREGUESIAS) NÃO AFECTADAS</b>	
Belmonte (Zona 1)	Z1(3,4)
Covilhã (Zona 2)	Z2(1,3,4,15,18,22,28,30)
Fundão (Zona 3)	Z3(21,22)
Cova da Beira (Zona 1, Zona 2 e Zona 3)	Z1(3,4);Z2(1,3,4,15,18,22,28,30);Z3(21,22)

para o Concelho da Covilhã, e Z3(21), para o Concelho do Fundão, poderão ser consideradas à partida para uma possível aplicação da Fase 3 do método desenvolvido. Na Tabela 5 constam os tempos de percurso (TP), o tempo de serviço (TS), o tempo de preparação entre consultas (TE) e o tempo total (TT), para servir cada localidade. Da tabela conclui-se que apenas as localidades Z2(3) e Z3(21) verificam Tempos Totais não superiores a 3 horas. Como Z2(3) e Z3(21) são localidades de Concelhos distintos (Centros de Saúde distintos) e no sistema actual cada localidade e cada Extensão Móvel só pode estar afectada a um só Centro de Saúde (a uma única zona) e não é, como foi referido, aconselhável a dedicação exclusiva de Extensões Móveis a uma localidade apenas, deverão as localidades Z2(3), Z3(21) e todas as localidades não afectadas a Extensões de Saúde terem Extensões de Saúde próprias ou serem afectadas às localidades mais próximas que poderão oferecer os serviços tipo A que recebiam nos Centros de Saúde a que estavam afectadas. Para isso, refazem-se as matrizes de Distâncias Ponderadas e de Transporte, colocando um número suficientemente grande e 0(zero) na matriz de distâncias ponderadas e na matriz de transportes, respectivamente, entre as localidades mais próximas (localidades que distam de Z2(3), Z3(21) e das restantes localidades não afectadas a Extensões de Saúde menos de trinta minutos) e as localidades onde se localizam os Centros de Saúde. No caso da gestão dos recursos se processar numa lógica de inter-zonas (Sistema Local de Saúde da Cova da Beira) e não de zona, parece-nos que poderia ser rentável adquirir uma Extensão Móvel para servir em dois turnos/dia-útil as localidades Z2(3) e Z3(21) com depósito no Centro de Saúde mais equidistante localizado em Z3(18).

Na Tabela A3 apresentam-se para as IB, ICC, ICF e ICB os valores dos parâmetros  $P_{\min}, P_{\max}, P'_{\min}, P'_{\max}, v_{\min}$  e  $v_{\max}$  que verificam a admissibilidade para um cenário de cobertura de localidades que não satisfazendo o critério de População-Base, verificam a conjugação de critérios de Localização de Extensões de Saúde. Na Tabela 6 está representada a cobertura para a Cova da Beira numa lógica inter-zonas.

### 8.1 Observações Significativas Resultantes da Aplicação da Heurística e do CPLEX 6.01 às IB, ICC, ICF e ICB.

A Tabela 7 mostra, para as IB, ICC, ICF e ICB: as soluções e tempos de CPU (segundos) obtidos pelo CPLEX; as soluções obtidas pelo Algoritmo Tipo Ganancioso (A.T.G.) e as

Tabela 3: Localização de Centros de Saúde e Afecção de Localidades, Localização de Extensões de Saúde e Afecção de Localidades, Valores Objectivos e Tempos de CPU para IB, ICC, ICF e ICB, com a aplicação do CPLEX e da Metaheurística, considerando a população residente dos Censos 2001.

INSTÂNCIA	ZONA[CS(LA)]	ZONA[ES(LA)]	VALOR OBJECTIVO	TEMPO DE CPU HEURISTICA (segundos)	TEMPO DE CPU CPLEX (segundos)
IB	1(1,2,3,4,5)	2(2,5)	78048	0,00	0,05
ICC	11(2,3,5,6,10,11,13,16,17,20,23,25,28,30,31) 12(1,4,7,8,9,12,14,15,18,19,21,22,24,26,27,29)	1;3;4;7(7,24) 15;18;19;22;28 30	1388173	1,23	309,85
ICF	18(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17) 18(18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31)	19(9,10,19);21;22 24(7,24);25(16,25) 26(8,26);27(13,27)	895870	0,76	39,27
ICB	Z1[1(1,2,3,4,5)] Z2[11(2,3,5,6,10,11,13,16,17,20,23,25,28,30,31) Z2[12(1,4,7,8,9,12,14,15,18,19,21,22,24,26,27,29) Z3[18(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17)] Z3[18(18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31)]	Z1[2(2,5)] Z2[1;3;4;7(7,24)] Z2[15;18;19;22] Z2[28;30] Z3[19(9,10,19)] Z3[21;22;24(7,24)] Z3[25(16,25)] Z3[26(8,26)] Z3[27(13,27)]	2362091	7,3	37574,48

Tabela 4: Número horas/dia-útil requeridos por cada localidade de procura não afectada a Extensões de Saúde.

Localidades Não Afectadas	Belmonte	Covilhã	Fundão	Cova da Beira
Z1(3)	4,7 h/d	-	-	4,7 h/d
Z1(4)	4,4 h/d	-	-	4,4 h/d
Z2(1)	-	3,6 h/d	-	3,6 h/d
Z2(3)	-	1,4 h/d	-	1,4 h/d
Z2(4)	-	3 h/d	-	3 h/d
Z2(15)	-	4,4 h/d	-	4,4 h/d
Z2(18)	-	2,2 h/d	-	2,2 h/d
Z2(22)	-	3,6 h/d	-	3,6 h/d
Z2(28)	-	3,3 h/d	-	3,3 h/d
Z2(30)	-	4,6 h/d	-	4,6 h/d
Z3(21)	-	-	1,1 h/d	1,1 h/d
Z3(22)	-	-	4,2 h/d	4,2 h/d

Tabela 5: Tempo de Percurso, tempo de serviço, tempo de preparação entre consultas e tempo total, para servir as localidades Z2(3), Z2(18) e Z3(21) não afectadas a Extensões de Saúde.

	TP	TS	TE	TT
Z2(3)	0,83 h	1,4 h	0,35 h	2,58 h
Z2(18)	1 h	2,2 h	0,55 h	3,75 h
Z3(21)	0,83 h	1,1 h	0,27 h	2,2 h

Tabela 6: Localização de Centros de Saúde e Afecção de Localidades, Localização de Extensões de Saúde e Afecção de Localidades para IB, ICC, ICF e ICB, considerando que a Extensão Móvel de Saúde tem depósito no Centro de Saúde do Fundão Z3(18) e as rotas verificam-se entre Z3(18) e as Freguesias Z2(3) e Z3(21).

INSTÂNCIA	ZONA[CS(LA)]	ZONA[ES(LA)]
IB	1(1,2,3,4,5)	2(2,5)
ICC	11(2,3,5,6,10,11,13,16,17,20,23,25,28,30,31) 12(1,4,7,8,9,12,14,15,18,19,21,22,24,26,27,29)	1;4;7(7,24);15;18;19;22;28;30
ICF	18(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17) 18(18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31)	19(9,10,19);22;24(7,24);25(16,25);26(8,26);27(13,27)
ICB	Z1[1(1,2,3,4,5)] Z2[11(2,3,5,6,10,11,13,16,17,20,23,25,28,30,31) Z2[12(1,4,7,8,9,12,14,15,18,19,21,22,24,26,27,29) Z3[18(1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17)] Z3[18(18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31)]	Z1[2(2,5)];Z2[1;4;7(7,24);15;18;19;22;28;30] Z3[19(9,10,19);22;24(7,24);25(16,25);26(8,26);27(13,27)]

soluções e tempos de CPU (segundos) obtidos pela aplicação da heurística Tipo Teitz & Bart e da pesquisa Tabu, algoritmos que compõem a Heurística desenvolvida. Como se pode ler na Tabela 7, da aplicação dos dois métodos observa-se que:

- a solução obtida é a mesma para as quatro instâncias;
- para todas as instâncias, os tempos de computação consumidos pelo CPLEX são superiores aos consumidos pela Metaheurística;
- com a aplicação do Algoritmo Tipo Ganancioso aos dados pré-processados se obteve o valor objectivo do CPLEX 6.01 para 75% das instâncias;
- a Heurística Tipo Teitz e Bart obteve para 75% das instâncias o valor objectivo do CPLEX 6.01;
- a Heurística Tipo Teitz e Bart obteve para 75% das instâncias o valor objectivo da pesquisa Tabu;
- em relação ao Algoritmo Tipo Ganancioso e à Heurística Tipo Teitz e Bart, a Pesquisa Tabu obteve melhoramento do valor objectivo em 25% das instâncias;
- a Pesquisa Tabu obteve o valor objectivo do CPLEX 6.01 para as quatro instâncias.

Da aplicação da heurística e do CPLEX a IB, ICC, ICF e ICB foi possível observar a robustez da heurística e a grande sensibilidade do CPLEX a variações dos valores dos parâmetros, principalmente aquando do aumento do valor de  $P'_{\max}$  e/ou diminuição do valor de  $s_z^{\max}$ , produzindo um número muito significativo de nodos. Semelhante tendência se verifica, embora menos significativamente, com o estreitamento dos intervalos populacionais e com a variação dos parâmetros  $P_{\max}$  e  $e_z^{\max}$ .

Tabela 7: Soluções e tempos de computação obtidos por CPLEX 6.01 e pela Metaheurística para IB, ICC, ICF e ICB.

INSTÂNCIA	CPLEX 6.01		HEURÍSTICA				
	SOLUÇÃO	TEMPO CPU (SEGUNDOS)	A.T.G.	TIPO TEITZ & BART		TABU	
			SOLUÇÃO	SOLUÇÃO	TEMPO CPU (SEGUNDOS)	SOLUÇÃO	TEMPO CPU (SEGUNDOS)
IB	78048	0,05	78048	78048	0,00	78048	0,00
ICC	1388173	309,85	1388173	1388173	0,6	1388173	0,63
ICF	895870	39,27	895870	895870	0,2	895870	0,56
ICB	2362091	37574,48	17893643	17893643	2,1	2362091	5,2

## 8.2 Aplicação da Metaheurística e do CPLEX 6.01 às IB, ICC, ICF e ICB Considerando as Perspectivas de Evolução Demográfica para 2011

Como era de esperar, por se tratar de evoluções populacionais proporcionais em relação a 2001 e tendo em conta a Tabela A4, da observação dos resultados conclui-se que em termos de localização-afectação se obtêm os mesmos resultados de 2001.

## 8.3 Algumas Observações Gerais Significativas

Na Tabela 8 pode observar-se, para cada Concelho da Cova da Beira e para a Cova da Beira, os números de Centros de Saúde, Extensões de Saúde e Extensões Móveis de Saúde determinados pela aplicação da Metaheurística e, para a configuração real. A primeira coluna designa as Instâncias, a segunda coluna representa a configuração real (CONFIGURAÇÃO 1), a terceira coluna representa a configuração sem prever a existência de Extensões Móveis de Saúde (CONFIGURAÇÃO 2) e a quarta coluna descreve a configuração prevendo a existência de Extensões Móveis de Saúde (CONFIGURAÇÃO 3). Da tabela podem observar-se algumas diferenças que se supõe deverem-se à falta de rigor na aplicação dos critérios estabelecidos na construção do sistema de cuidados de saúde primários existente. Com efeito, dos dados da Sub-Região de Saúde de Castelo Branco, pode observar-se que:

- nalguns casos o critério de irradiação para as Extensões de Saúde não são freguesias mas sim localidades anexas das freguesias, como são os casos de: Carvalhal Formoso, Gaia e Montes do Bispo no Concelho de Belmonte, Quintãs, Quintas da Torre e S. Martinho no Concelho do Fundão e Barroca Grande no Concelho da Covilhã;
- no Concelho do Fundão, Escarigo (atendendo aos critérios esta localidade não deve receber serviços do tipo A no Centro de Saúde) não tem Extensão de Saúde e não tem Extensões de Saúde na sua adjacência. No entanto Lavacolhos (atendendo aos critérios deve receber serviços tipo A no Centro de Saúde), que tem menos população que Escarigo, tem uma Extensão de Saúde e tem Extensões de Saúde na sua adjacência.

**Legenda:**

NCS – Número de Centros de Saúde

NES – Número de Extensões de Saúde

NEMS – Número de Extensões Móveis de Saúde

Tabela 8: Número de Centros de Saúde, Extensões de Saúde e Extensões Móveis de Saúde para as configurações real, sem Extensões Móveis e com Extensões Móveis.

INSTÂNCIA	CONFIGURAÇÃO 1			CONFIGURAÇÃO 2			CONFIGURAÇÃO 3		
	NCS	NES	NEMS	NCS	NES	NEMS	NCS	NES	NEMS
IB	1	7	0	1	3	0	1	3	0
ICC	1	25	0	2	10	0	2	9	1
ICF	1	23	0	1	7	0	1	6	1
ICB	3	55	0	4	20	0	4	18	2

Em suma, verifica-se que a configuração real não corresponde a nenhuma das duas outras configurações pois os critérios aplicados são obviamente diferentes e, por isso, não nos parece cientificamente correcto fazermos qualquer comparação para além da que consta da Tabela 8. A propósito convém salientar que os valores da função objectivo da configuração real são menores por consequência do efeito ad-hoc não se traduzindo contudo sempre em menos custo para os utentes e para o estado. No entanto importa salientar que o modelo e o método desenvolvidos permitem, por um lado, a resolução do Problema do Planeamento da Cobertura de Cuidados de Saúde Primários para sistemas existentes e/ou com critérios diferentes e, por outro lado, o estabelecimento de critérios de Planeamento da Cobertura de Cuidados de Saúde Primários consoante os objectivos.

#### 8.4 Aplicação da Heurística e do Método Exacto às Instâncias IB, ICC, ICF e ICB com Diferentes Ponderações para as Funções Objectivos em SLAI

No sentido de identificar um conjunto de pontos-solução no espaço objectivo, foram realizadas várias execuções com um conjunto diferente de ponderações em  $\alpha$  e  $\beta$  do SLAI<sup>3</sup>. Assim, foram realizadas, para cada instância e para cada cenário populacional (2001 e 2011), 12 execuções do CPLEX e da Heurística com diferentes ponderações na tentativa de se obter um conjunto solução. A Tabela 9 mostra que das execuções nenhuma solução produziu diferença objectiva relativamente significativa. Contudo outras execuções foram realizadas tendo-se registado diferenças relativamente significativas nas soluções resultantes do aumento do número de instalações do tipo B (Centros de Saúde), na medida em que permite uma diminuição das distâncias ponderadas para as instalações do tipo B e um aumento das distâncias ponderadas para as instalações do tipo A (Extensões dos Centros de Saúde), por serem instalações de serviços sucessivamente inclusivos.

<sup>3</sup> $OBJ_{Novo} = \alpha \times OBJ_A + \beta \times OBJ_B$ , onde  $OBJ_{Novo}$  é o novo valor objectivo ponderado,  $OBJ_A$  é o valor objectivo que minimiza a distância ponderada às instalações do tipo A e  $OBJ_B$  o valor objectivo que minimiza a distância ponderada às instalações do tipo B.

Tabela 9: Comparação entre a Heurística e o CPLEX

INSTÂNCIA	% DE SOLUÇÕES ÓPTIMAS	% DE DESVIO MÉDIO DO ÓPTIMO	TEMPO MÉDIO CONSUMIDO (segundos)
IB	100%	0%	0
ICC	83%	1%	1,17
ICF	100%	0%	0,73
ICB	83%	1%	7,16

## 8.5 Outras aplicações da heurística

Um dos objectivos do trabalho é aplicar o modelo e a heurística ao Caso concreto da Cova da Beira. Não sendo praticável o levantamento de um conjunto mais significativo de instâncias de dimensão real e útil, propomo-nos neste trabalho obter uma base indicadora sobre os limites e a qualidade das soluções da heurística aplicada a instâncias de dimensão real e útil. Neste sentido, na subsecção 8.5.1 descreve-se a aplicação do CPLEX às instâncias IB, ICC, ICF e ICB a partir da solução produzida pela heurística e na subsecção 8.5.2 descreve-se a aplicação da heurística a instâncias de dimensão real e útil com solução conhecida.

### 8.5.1 Aplicação do CPLEX 6.01, usando “Priority Orders”, às instâncias IB, ICC, ICF, ICB

Consideraram-se as soluções encontradas pela heurística para IB, ICC, ICF e ICB como soluções iniciais para o CPLEX, procurando, desta forma, melhorar as soluções (obter limites inferiores) para as instâncias. Para cada instância construiu-se um ficheiro *.ord* onde constam as variáveis inteiras obtidas pela heurística e o respectivo valor e a ordem de fixação de cada uma das variáveis. Em apêndice encontra-se apenas, por razões de espaço, parte do ficheiro “*icb.ord*” para a instância da Cova da Beira com a indicação apenas das variáveis com valor 1. Em todo o caso, atendendo a que nas variáveis:  $i, j, k = 0, \dots, 4$ , correspondem a localidades de IB;  $i, j, k = 5, \dots, 35$ , correspondem a localidades de ICC e  $i, j, k = 36, \dots, 66$ , correspondem a localidades de ICF, é possível extraírem-se a partir da porção do ficheiro “*icb.ord*” de ICB em apêndice os ficheiros *.ord* para IB, ICC e ICF, respectivamente. Dos ficheiros *.log* do CPLEX em apêndice, podem observar-se todos os procedimentos realizados, todas as parametrizações estabelecidas e os resultados obtidos nesta aplicação. A Tabela 10 apresenta os resultados principais retirados dos ficheiros *.log*. A coluna 1 designa as instâncias, a coluna 2 apresenta as soluções obtidas pela heurística para cada instância, a coluna 3 apresenta as soluções obtidas pelo CPLEX a partir das soluções produzidas pela heurística, a coluna 4 apresenta o número de iterações do CPLEX, a coluna 5 apresenta o tempo de CPU consumido pela heurística para cada instância e a coluna 6 apresenta o tempo de CPU consumido pelo CPLEX para cada instância. Da Tabela 10 e dos ficheiros *.log* pode observar-se que o CPLEX, apesar de tomar como solução inicial o limite inferior da heurística, não obteve um limite inferior melhor que o da heurística (a distância das soluções da heurística ao óptimo do CPLEX é zero) e que apresenta um consumo de tempo de CPU muito superior ao da heurística. Dos ficheiros *.log*

constata-se que nestas condições o CPLEX não produziu nodos adicionais<sup>4</sup>.

Tabela 10: Resultados principais da aplicação do CPLEX, usando “Priority Orders”, a IB, ICC, ICF e ICB.

INSTÂNCIA	SOL. HEURÍSTICA	SOL. CPLEX	NÚMERO ITERAÇÕES CPLEX	TEMPO CPU CPLEX (segundos)	TEMPO CPU HEURÍSTICA (segundos)
IB	78048	78048	55	0,05	0,00
ICC	1388173	1388173	4253	310,73	1,23
ICF	895870	895870	2691	39,24	0,76
ICB	2362091	2362091	29130	37575,03	7,3

### 8.5.2 Aplicação do CPLEX 6.01 e da heurística a três problemas adaptados com solução conhecida

Foram aplicados o CPLEX e a heurística a um problema (PC) adaptado de Christofides (1975)[3], a um problema (PS) real e útil adaptado de Serra (1990)[13] e a um problema (PE) real e útil adaptado de El-Tell (1983)[7]. Os resultados são os constantes da Tabela 11, onde se pode observar que as soluções obtidas tanto pelo CPLEX como pela heurística são as conhecidas.

Tabela 11: Soluções conhecidas e obtidas pelo CPLEX e pela Heurística para PC, PS e PE.

PROBLEMA	N.º DE NODOS	SOL. CONHECIDA	SOL. CPLEX	SOL. HEURÍSTICA
PC	12	72	72	72
PS	79	631 <sup>5</sup>	631	631
PE	31	21433	21433	21433

## 9 Conclusões Significativas

Sumariamente, propomos um modelo e um método de resolução para tratar o Problema de Planeamento da Cobertura de Cuidados de Saúde Primários em Portugal. O método heurístico caracteriza-se por ser multi-heurístico e revelou-se bastante eficiente e robusto em relação ao método exacto, pelo menos para as instâncias tratadas, e capaz de resolver problemas de grande dimensão eficientemente. A aplicação do método desenvolvido ao modelo, por um lado, revelou um desajustamento (na aplicação dos critérios estabelecidos para a localização e afectação de instalações de cuidados de saúde primários em Portugal) na constituição do sistema de cuidados de saúde primários da Cova da Beira e, por outro lado, permitiu observar que o método é em si uma ferramenta de simulação e de apoio à decisão (uma metodologia de acção) no Planeamento

<sup>4</sup>Não produziu “Branch-and-Bound Tree”.

<sup>5</sup>Para 6 instalações do tipo A e 3 instalações do tipo B, de acordo com a solução de Serra [13].

da Cobertura de Recursos de Cuidados de Saúde Primários em Portugal, ao estabelecer um quadro referencial de parâmetros admissíveis de capacidade. No caso concreto, que pode ser generalizado, registou a necessidade de existência de duas ou mais localidades, não afectadas a qualquer Extensão de Saúde, com uma capacidade máxima de 270 habitantes/localidade, para a constituição de um sistema de Extensões Móveis de Saúde por zona ou inter-zonas. O método desenvolvido aplicado ao modelo permite a aplicação potencial a outros sistemas hierárquicos como o Sistema Educativo, o Sistema Bancário, etc.. A aplicação simples do Algoritmo Tipo Ganancioso à solução resultante da aplicação do modelo e do método permite, tendo em conta eventuais prioridades e/ou escassez de recursos, um faseamento (tendo em conta os critérios população e distância) da implementação da solução.

## 10 Sugestões de Trabalho Futuro

Ao longo deste estudo, entre outras, algumas dificuldades foram identificadas que merecem ser estudadas no futuro. Assim, o método poderá, com as necessárias adaptações, ser aplicado ao SLAITE (Submodelo de Localização-Afectação de Instalações com Restrições de Tempo de Espera) apresentado, por forma a permitir tirar vantagem da sua estrutura. Nomeadamente a inclusão de boas soluções estocásticas para os parâmetros de sistema não-determinísticos que integram as restrições estocásticas. Para qualquer dos submodelos SLAI e SLAITE apresentados é importante que o método aqui desenvolvido adaptado permita considerar um esquema de Custo-afectação com base na Teoria dos Jogos, baseado no esquema proposto por Granot (1983)[9].

Finalmente, para qualquer modelo que constitua uma combinação dos submodelos desenvolvidos importa que o método desenvolvido considere:

- uma Análise Demográfica no sentido de se obterem Perspectivas de Evolução Demográficas mais rigorosas, por forma a compensar o mais possível a estocasticidade do processo;
- a integração num Sistema Visual Interactivo de Apoio à Decisão como uma metodologia de acção.

## 11 Agradecimentos

Os autores são muito gratos a todas, e foram muitas, as instituições e ilustres personalidades que possibilitaram a realização deste trabalho. Os autores expressam a sua gratidão a um revisor anónimo pelo contributo dos seus comentários e sugestões.

## 12 Referências Bibliográficas

- [1] Benati, S. e Laporte, G. (1994). Tabu Search Algorithms for the  $(r-Xp)$ -Medianoid and  $(r-p)$ -Centroid Problems, *Location Science*, Vol. 2, n.º4, pp.193-204.
- [2] Branco, I. M. e Coelho, J. D. (1984). Formulações Matemáticas da P-Mediana Hamiltoniana, Nota n.º 10, Departamento de Estatística, Investigação Operacional e Computação, Faculdade de Ciências de Lisboa.

- [3] Christofides, N. (1975). *Graph Theory: An Algorithmic Approach*, Academic Press, London.
- [4] Cohon, J. L. (1978). *Multiobjective Programming and Planning*, Academic Press, Inc.
- [5] Densham, P. e Rushton, G. (1992). Strategies for solving large location-allocation problems by heuristic methods, *Environment and Planning A*, Vol. 24, pp. 289-304.
- [6] DGOTDU (1997). *Equipamentos Colectivos e Normas para a Programação e Caracterização de Redes*, 9 Colecção Divulgação.
- [7] El-Tell, K. (1983). *An Analytic Approach to Primary Health Care Planning in Developing Countries with an Application to Jordan*, Ph.D., Rensselaer Polytechnic Institute.
- [8] Glover, F. e Laguna, M. (1993). *Tabu Search*. In C. Reeves, editor, *Modern Heuristics Techniques for Combinatorial Problems*, Blackwell, Oxford.
- [9] Granot, D. (1987). The role of cost allocation in locational models, *Operations Research*, Vol. 35, p. 234.
- [10] Marianov, V. e Serra, D. (1998). Probabilistic, Maximal Covering Location-Allocation Models for Congested Systems, *Journal of Regional Science*, Vol. 38, N.º3, pp. 401-424.
- [11] Rego, C. (1994). Uma Heurística Tabu para a Determinação de Rotas de Veículos, *Investigação Operacional*, Vol. 14, pp. 207-232.
- [12] Santana, P. (1993). *Acessibilidade e Utilização dos Serviços de Saúde. Ensaio Metodológico em Geografia da Saúde*, C.C.R.C e A . R. S. C..
- [13] Serra, D. (1990). *Location and districting of hierarchical facilities*, Ph.D., The Johns Hopkins University.
- [14] Serra, D. e ReVelle, C. (1993). The PQ-Median Problem: Location and Districting of Hierarchical Facilities, *Location Science*, 1(4), pp. 299-312.
- [15] Serrão, D. et al (1998). *Recomendações para uma reforma estrutural*, Conselho de Reflexão sobre a Saúde.
- [16] Teitz, M. B. e Bart, P. (1968). Heuristic Methods for Estimating the Generalized Vertex Median of a Weighted Graph, *Operations Research* 16, pp. 955-965.
- [17] Tien, J. M. e El-Tell, K. (1984). A Quasihierarchical Location-Allocation Model for Primary Health Care Planning, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. SMC-14, N.º3.

**APÊNDICE :****Legenda:** NF (Número da Freguesia)

Tabela A.1: Resultados preliminares dos Censos 2001 da população residente para o mesmo ano, e Perspectivas de Evolução Demográfica da população residente em 2011 nos Concelhos de Belmonte, Covilhã e Fundão.

BELMONTE (Z1)				COVILHÃ (Z2)				FUNDÃO (Z3)			
Freguesias	NF	2001	2011	Freguesias	NF	2001	2011	Freguesias	NF	2001	2011
Belmonte	1	3227	2840	Cantar-Galo	6	2403	2115	Alpedrinha	6	1179	1038
Maçainhas	5	384	338	Boidobra	5	2842	2501	A .N.Cabo	5	689	606
Inguias	4	846	744	Barco	4	573	504	Ald.Joanes	4	969	853
Col.Torre	3	894	787	Ald. Souto	3	264	232	Alcongosta	3	575	506
Caria	2	2240	1971	Ald.S.F.Assis	1	686	604	Alcaria	2	1270	1118
Totais		7591	6680	Ald.Carvalho	2	2074	1825	Alcaide	1	767	675
				Casegas	7	701	617	At.Campo	7	650	572
				Conceição	10	7684	6762	Barroca	8	607	534
				Cortes Meio	8	980	862	B.de Baixo	9	275	242
				Coutada	9	475	418	B.de Cima	10	466	410
				Dominguiso	14	1188	1045	Capinha	11	590	519
				Erada	15	845	744	Castelejo	12	821	722
				Ferro	16	1846	1624	Cast.Novo	13	362	319
				Orjais	17	859	756	Donas	14	931	819
				Ourondo	18	418	368	Enxames	15	605	532
				Paul	619	1816	1598	Escarigo	16	314	276
				Peraboa	620	1074	945	Fatela	17	485	427
				Peso	21	780	686	Fundão	18	8934	7862
				Santa Maria	611	2477	2180	J.de Cima	19	352	310
				S.J. da Beira	22	697	613	Lavacolhos	20	245	216
				S. Martinho	12	4937	4345	M.Rainha	21	214	188
				S. Pedro	13	2732	2404	Orca	22	816	718
				Sarzedo	23	174	153	Peroviseu	23	830	730
				S.S.Miguel	24	694	611	P.Atalaia	24	789	694
				Teixoso	25	4428	3897	Salgueiro	25	826	727
				Tortosendo	26	5405	4756	Silvares	26	1089	958
				U. da Serra	27	1369	1205	Soalheira	27	1140	1003
				Vale Formoso	28	638	561	S.da Casa	28	984	866
				Vales do Rio	29	839	738	Telhado	29	623	548
				Verdelhos	30	876	771	V.Prazeres	30	1507	1326
				Canhoso	31	1733	1525	Valverde	31	1452	1278
				Totais		54507	47965	Totais		31356	27592

Tabela A.2: População residente, número de primeiras consultas, número de primeiras consultas e seguintes, cobertura e a disponibilidade média de consultas/habitante, por Concelho, Cova da Beira, Distrito e Continente.

	<b>P</b>	<b>NPC</b>	<b>NPCS</b>	<b>C</b>	<b>DMCH</b>
Belmonte	7591	3695	13906	49%	1,8
Covilhã	54507	35185	109760	65%	2
Fundão	31356	17187	58341	55%	1,9
Cova da Beira	93454	56067	182007	60%	1,9
Distrito de Castelo Branco	216511	142397	458535	66%	2,1
Continente	10355824	6725911	20420714	65%	2

Tabela A.3: Valores mínimos e máximos de população necessários para a localização de Extensões de Saúde e Centros de Saúde em IB, ICC, ICF e ICB, com a aplicação do CPLEX 6.01 e da Metaheurística.

<b>INSTÂNCIA</b>	$P_{\min}$	$P_{\max}$	$P'_{\min} = v \min$	$P'_{\max} = v \max$
IB	846	2624	6000	7591
ICC	264	1816	6000	32104
ICF	214	1696	6000	31356
ICB	214	2624	6000	39695

Tabela A.4: Valores mínimos e máximos de população necessários para a localização de Extensões de Saúde e Centros de Saúde em IB, ICC, ICF e ICB, com a aplicação da Metaheurística.

<b>INSTÂNCIA</b>	$P_{\min}$	$P_{\max}$	$P'_{\min} = v \min$	$P'_{\max} = v \max$
IB	744	2309	6000	6680
ICC	232	1598	6000	28251
ICF	188	1492	6000	27592
ICB	188	2309	6000	28251

## Porção do ficheiro "icb.ord"

sp0	186	1	pp3	148	1	s0625	110	1	s5448	72	1	p5048	34	1
sp23	185	1	pp6	147	1	s0825	109	1	s6048	71	1	p5648	33	1
sp25	184	1	pp7	146	1	s1125	108	1	s6548	70	1	p4248	32	1
sp48	183	1	pp8	145	1	s1325	107	1	s4048	69	1	p5548	31	1
ps00	182	1	pp11	144	1	s1425	106	1	s5248	68	1	p6248	30	1
ps2323	181	1	pp16	143	1	s1525	105	1	s4448	67	1	p5748	29	1
ps2525	180	1	pp19	142	1	s1625	104	1	s4348	66	1	p4148	28	1
ps4848	179	1	pp20	141	1	s1925	103	1	s5948	65	1	p5448	27	1
p00	178	1	pp24	140	1	s2025	102	1	s5348	64	1	p4448	26	1
p2323	177	1	pp32	139	1	s2225	101	1	p22	63	1	p4348	25	1
p2525	176	1	pp34	138	1	s2525	100	1	p33	62	1	p5948	24	1
p4848	175	1	pp36	137	1	s2425	99	1	p11	61	1	p5348	23	1
ps10	174	1	pp40	136	1	s2825	98	1	p41	60	1	p3736	22	1
ps20	173	1	pp52	135	1	s3025	97	1	p0523	59	1	p3836	21	1
ps30	172	1	pp60	134	1	s3125	96	1	p0923	58	1	p3636	20	1
ps0625	171	1	pp63	133	1	s3325	95	1	p1023	57	1	p6160	19	1
ps0723	170	1	pp64	132	1	s5848	94	1	p1223	56	1	p6060	18	1
ps0825	169	1	pp65	131	1	s4648	93	1	p2623	55	1	p6665	17	1
ps1125	168	1	s00	130	1	s4948	92	1	p1723	54	1	p6565	16	1
ps1625	167	1	s10	129	1	s4748	91	1	p1823	53	1	p3940	15	1
ps1925	166	1	s20	128	1	s4548	90	1	p2123	52	1	p4040	14	1
ps2025	165	1	s30	127	1	s5048	89	1	p2723	51	1	p5152	13	1
ps2425	164	1	s40	126	1	s6148	88	1	p2923	50	1	p5252	12	1
ps3223	163	1	s0523	125	1	s3948	87	1	p3523	49	1	p66	11	1
ps3423	162	1	s0723	124	1	s3748	86	1	p1325	48	1	p77	10	1
ps3648	161	1	s0923	123	1	s3848	85	1	p1425	47	1	p88	9	1
ps4048	160	1	s1023	122	1	s5648	84	1	p1525	46	1	p1616	8	1
ps5248	159	1	s1223	121	1	s4248	83	1	p2225	45	1	p1919	7	1
ps6048	158	1	s2323	120	1	s5148	82	1	p3025	44	1	p2020	6	1
ps6348	157	1	s2623	119	1	s5548	81	1	p3125	43	1	p2424	5	1
ps6448	156	1	s1723	118	1	s6248	80	1	p3325	42	1	p3232	4	1
ps6548	155	1	s1823	117	1	s6648	79	1	p1111	41	1	p3434	3	1
ss0	154	1	s2123	116	1	s5748	78	1	p2811	40	1	p6363	2	1
ss23	153	1	s2723	115	1	s4848	77	1	p5848	39	1	p6464	1	1
ss25	152	1	s2923	114	1	s3648	76	1	p4648	38	1			
ss48	151	1	s3223	113	1	s4148	75	1	p4948	37	1			
pp1	150	1	s3423	112	1	s6348	74	1	p4748	36	1			
pp2	149	1	s3523	111	1	s6448	73	1	p4548	35	1			

Legenda : Em relação ao modelo SLAI  $sp_j = se_j$ ;  $ps_{jk} = es_{jk}$ ;  $pp_j = e_j$ ;  $p_{ij} = e_{ij}$ ;  $ss_k = s_k$

ib.log

Log started (V6.0.1) Thu Mar 10 18:23:14 2005

New value for time limit in seconds: 1.296e+06  
 New value for use of starting variable values: 1  
 New value for interval for printing mixed integer node display: 1  
 New value for mixed integer optimality gap tolerance: 0

Problem 'ib.lp' read.  
 Read time = 0.01 sec.  
 Priority order 'ib.ord' read.  
 Tried aggregator 1 time.  
 MIP Presolve eliminated 47 rows and 5 columns.  
 MIP Presolve modified 15 coefficients.  
 Reduced MIP has 212 rows, 85 columns, and 680 nonzeros.  
 Presolve time = -0.00 sec.  
 Pseudo-cost variable selection.  
 MIP start values provide initial solution.

Integer optimal solution: Objective = 7.804800000e+04  
 Solution time = 0.05 sec. Iterations = 55 Nodes = 0

icf.log

Log started (V6.0.1) Thu Mar 10 19:21:54 2005

New value for time limit in seconds: 1.296e+06  
 New value for interval for printing mixed integer node display: 1

New value for use of starting variable values: 1  
 New value for mixed integer optimality gap tolerance: 0

Problem 'icf.lp' read.  
 Read time = 0.91 sec.  
 Priority order 'icf.ord' read.  
 Tried aggregator 1 time.  
 MIP Presolve eliminated 1893 rows and 31 columns.  
 MIP Presolve modified 961 coefficients.  
 Reduced MIP has 31932 rows, 2945 columns, and 100130 nonzeros.  
 Presolve time = 1.18 sec.  
 Pseudo-cost variable selection.  
 MIP start values provide initial solution.

Integer optimal solution: Objective = 8.9587000000e+05  
 Solution time = 39.24 sec. Iterations = 2691 Nodes = 0

#### icc.log

Log started (V6.0.1) Thu Mar 10 18:58:43 2005

New value for time limit in seconds: 1.296e+06  
 New value for use of starting variable values: 1  
 New value for interval for printing mixed integer node display: 1  
 New value for mixed integer optimality gap tolerance: 0

Problem 'icc.lp' read.  
 Read time = 0.93 sec.  
 Priority order 'icc.ord' read.  
 Tried aggregator 1 time.  
 MIP Presolve eliminated 1893 rows and 31 columns.  
 MIP Presolve modified 930 coefficients.  
 Reduced MIP has 31932 rows, 2945 columns, and 100130 nonzeros.  
 Presolve time = 1.19 sec.  
 Pseudo-cost variable selection.  
 MIP start values provide initial solution.  
 Objective is integral.  
 Generating cliques on row 17664  
 Clique cuts generated: 1922

Nodes		Objective	Iinf	Best Integer	Cuts/	ItCnt	Variable B Parent	Depth
Node	Left				Best Node			
0	0	1386595.0000	4	1388173.0000	1386595.0000	3938		
		cutoff		1388173.0000	Covers: 1	4190		

Clique cuts were discarded.  
 Cover cuts applied: 1

Integer optimal solution: Objective = 1.3881730000e+06  
 Solution time = 310.73 sec. Iterations = 4253 Nodes = 0

#### icb.log

Log started (V6.0.1) Tue Mar 22 13:40:46 2005

New value for time limit in seconds: 1.296e+06  
 New value for interval for printing mixed integer node display: 1  
 New value for use of starting variable values: 1  
 New value for mixed integer optimality gap tolerance: 0

Problem 'icb.lp' read.  
 Read time = 11.41 sec.  
 Priority order 'icb.ord' read.

Presolve has eliminated 8917 rows and 67 columns...  
 Tried aggregator 1 time.  
 Presolve has eliminated 8917 rows and 67 columns...  
 MIP Presolve eliminated 8917 rows and 67 columns.  
 MIP Presolve modified 4489 coefficients.  
 Reduced MIP has 310216 rows, 13601 columns, and 952070 nonzeros.  
 Presolve time = 12.05 sec.  
 Pseudo-cost variable selection.  
 MIP start values provide initial solution.  
 Objective is integral.

Clique cuts generated: 8980

Nodes				Cuts/				
Node	Left	Objective	IInf	Best Integer	Best Node	ItCnt	Variable B Parent	Depth
0	0	2360513.0000	8	2362091.0000	2360513.0000	28810		
		cutoff		2362091.0000	Covers: 1	29096		

Clique cuts were discarded.  
 Cover cuts applied: 1

Integer optimal solution: Objective = 2.3620910000e+06  
 Solution time = 37575.03 sec. Iterations = 29130 Nodes = 0