

Abordagem hierárquica para avaliação da fiabilidade de sistemas de produção complexos com comportamento não-markoviano

Eusébio Nunes *

José Faria †

Manuel Matos †, ‡

* Departamento de Produção e Sistemas,
Escola de Engenharia
Universidade do Minho
enunes@dps.uminho.pt

† FEUP – Faculdade de Engenharia
Universidade do Porto
jfaria@fe.up.pt

‡ INESC – Instituto de Engenharia de Sistemas e Computadores
Porto
mam@fe.up.pt

Abstract

In the actual context of global, intense competitiveness, the performance of the production systems is a key competitiveness factor for manufacturing companies. Factors such as the availability of the manufacturing cells and the frequency of production shortages are very important indexes for system designers and managers, both at the planning and at the operational stages of the production systems life cycle.

The reliability, maintainability and redundancy of the manufacturing equipment are well known performance drivers of the production system, but intermediate work-in-process (wip) buffers are another fundamental driver. Despite the endless inventory reduction efforts made by production managers, very often, wip buffers still play a central role in the operation of the production systems. They smooth the unbalance of manufacturing cells and limit the consequences of events such as equipment failures and non conforming lots, preventing them to propagate to the downstream production units.

This paper will present a set of tools and methods for the assessment of performance indexes of production systems. Particular attention will be paid to the assessment of the impact of the dimension and the localization of the wip buffers on the global performance of the systems.

The assessment of availability, frequency and duration related indexes is a complex task for production systems, due to the dimension of the systems under study, and the fact that their behaviour, normally, will not be markovian. To overcome these difficulties, a hierarchical, non-markovian approach was developed. Its originality lays on the fact that it

allows evaluating the performance indexes from a global system model that was obtained from the integration of a set of equivalent models derived at the subsystem level.

In the final part of the paper, a numerical example concerning a production system made by three cells and two buffers will be presented.

Resumo

No actual contexto de forte concorrência e de crescente exigência dos mercados, no projecto e exploração dos sistemas de produção, é fundamental ter em conta os aspectos que afectam a sua disponibilidade, isto é, a probabilidade do sistema estar operacional quando é solicitado a produzir. Também, a frequência de ocorrência dos estados de avaria e a duração média desses estados são índices muito úteis para o planeamento dos sistemas de produção e para a análise dos custos industriais.

Sabe-se da importância da fiabilidade e da manutabilidade dos equipamentos, das redundâncias e os recursos de manutenção sobre estes índices. Reconhece-se, também, o papel que os *buffers* existentes entre secções do sistema de produção desempenham, ao impedir ou atenuar a propagação, para jusante, de efeitos indesejáveis provocados por avaria de equipamentos, absentismo de operadores ou não conformidade de produtos. Neste artigo, será apresentado um método de avaliação do desempenho de sistemas de produção, em especial de análise do efeito que a dimensão e a localização dos *buffers* tem sobre esse desempenho.

A avaliação de índices como a disponibilidade, ou a frequência e a duração das avarias é, normalmente, uma tarefa complexa devido a duas ordens de factores principais: a dimensão dos sistemas em análise e o carácter não markoviano do seu comportamento. Para contornar estas dificuldades, será explorada uma abordagem hierárquica e não-markoviana. A sua originalidade reside no facto de possibilitar a obtenção de um modelo global do sistema, por integração de modelos simplificados ao nível dos subsistemas, com base no qual são determinados os índices de fiabilidade e as análises de sensibilidade.

Na parte final do artigo, apresentar-se-á a aplicação da metodologia a um sistema de produção constituído por três células de fabrico e dois *buffers*.

Keywords: reliability, hierarchical approach, non-markovian systems, manufacturing systems

Title: Reliability assessment of non-markovian complex production systems using a hierarchical approach.

1 Introdução

Para tornar os modelos utilizados na avaliação do desempenho de sistemas de produção sujeitos a processos tratáveis de forma analítica, adopta-se frequentemente a hipótese markoviana [1,2,3,4]. Esta hipótese, que consiste em admitir que todos os processos estocásticos (e.g., falha, reparação e reconfiguração) que determinam o comportamento dos sistemas são exponencialmente distribuídos, introduz uma grande simplificação na análise e obtenção de resultados.

Contudo, no caso da avaliação de sistemas de produção, a hipótese markoviana pode introduzir erros muito significativos. Isso é assim porque muitos dos processos relevantes do comportamento dos sistemas de produção são temporizados ou quase temporizados e, portanto,

apresentam distribuições muito afastadas da distribuição exponencial. Além disso, há processos que se apresentam concorrentes com outros processos (exponenciais ou não) em diferentes estados dos sistemas. São os casos de certos processos de reparação, de processos de atraso na propagação das falhas, ou mesmo, de processos de reconfiguração. Sobretudo nestas situações, como se demonstra em [5], a hipótese markoviana introduz erros muito significativos pelo que terá de ser evitada, devendo recorrer-se a metodologias de avaliação alternativas bastante mais complexas [6,7,8,9]. Acontece, no entanto, que a dimensão dos sistemas de produção torna, por vezes, impraticável a construção de um modelo global não markoviano para o sistema em análise, pois o seu tratamento requereria uma capacidade de cálculo incomportável.

Neste artigo apresenta-se uma nova abordagem hierárquica em que os índices de fiabilidade do sistema são obtidos a partir de um modelo simplificado/reduzido do sistema, modelo este construído a partir do modelo reduzido de cada subsistema. Para a simplificação/redução dos modelos, exploram-se diferentes métodos, conforme a natureza do modelo do subsistema em análise. Segundo esta abordagem, o problema da avaliação dos índices de fiabilidade é decomposto em três fases:

1. Análise funcional do sistema, onde são analisadas as dependências entre os equipamentos do sistema de produção induzidas pelo fluxo de materiais e pela partilha de recursos de manutenção, e se procede à decomposição em subsistemas. Esta decomposição tem como linhas orientadoras a obtenção de subsistemas (i) independentes do ponto de vista da fiabilidade, i.e., subsistemas cujo comportamento (falhas, reparações, reconfigurações...) não é condicionado pelo estado dos outros subsistemas; (ii) com afinidades em termos de fiabilidade, nomeadamente, em termos de dependência entre equipamentos e/ou partilha de recursos de reparação ou outros.
2. Obtenção do modelo reduzido de cada subsistema por agregação de estados com idêntico comportamento em termos operacionais (falha ou funcionamento). A redução destes modelos pode ser implementada pela via analítica, por simulação de Monte Carlo ou pelo método de frequência/duração [10]. Fundamentalmente, são os processos de falha e reparação dos subsistemas e os processos que caracterizam os *buffers* entre células de fabrico que determinam qual a via mais adequada a seguir para a redução dos modelos.
3. Construção do modelo global do sistema a partir dos modelos reduzidos dos subsistemas, com base no qual são obtidos os índices pretendidos. De referir que o modelo global do sistema, obtido deste modo pode, também ele, ser objecto de redução/simplificação.

Esta nova abordagem hierárquica será apresentada com base no sistema de produção descrito no anexo 1. Este sistema é constituído, basicamente, por uma linha de montagem (LM), duas células de fabrico (CF1 e CF2), um transportador automático (AGV) e dois *buffers* de componentes/produtos semi-acabados (b_1 e b_2). Estes *buffers* permitem desacoplar o sistema de produção tornando o funcionamento da linha de montagem independente do funcionamento das secções de fabrico de componentes, por períodos de tempo mais ou menos curtos (função da dimensão dos referidos *buffers*). Este papel desempenhado pelos *buffers* verifica-se, de um modo geral, em sistemas de produção flexíveis [11]. A decomposição destes sistemas em subsistemas pode ser implementada de tal modo que cada secção, assim como cada linha de montagem, seja considerado um subsistema e os *buffers*, os “elos” de ligação entre os vários subsistemas. Tem-se, nestes casos, em vez de um modelo complexo do sistema, vários modelos,

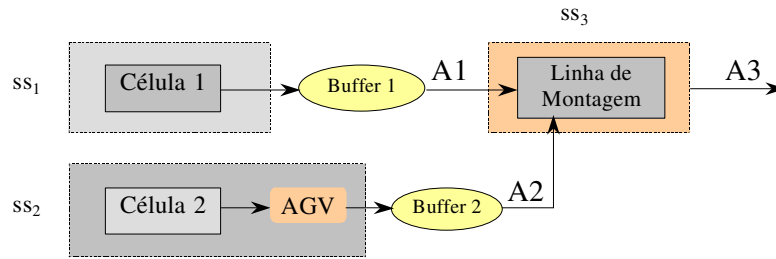


Figura 1: Sistema de produção decomposto em subsistemas.

bastante mais simples, tantos quantos os subsistemas considerados. Saliente-se que as medidas de desempenho a avaliar podem influenciar as possibilidades de decomposição dum sistema. Na Figura 1 mostra-se a decomposição (em subsistemas) do sistema de produção em estudo, tomando em consideração as linhas orientadoras apresentadas acima.

Efectuada a decomposição do sistema, é construído um modelo para cada subsistema. Por agregação de estados, cada um destes modelos é simplificado/reduzido obtendo-se um modelo equivalente com apenas dois estados (funcionamento e falha). Nesta abordagem, a principal dificuldade reside na obtenção das funções de distribuição dos processos dos modelos (simplificado/reduzido) equivalentes. Como se verá, são as distribuições dos processos de falha, de reparação e dos *buffers* a determinar a necessidade de se conhecer a forma das distribuições dos processos do diagrama de estados reduzido ou, apenas, os respectivos valores médios. No ponto seguinte apresentamos em detalhe os procedimentos para a obtenção dos modelos reduzidos equivalentes.

Refira-se, ainda, a respeito dos subsistemas, que estes possuem uma disponibilidade própria - função da fiabilidade dos equipamentos, da qualidade do projecto, do nível de redundância, do plano de manutenção, etc - e uma disponibilidade induzida - função dos mecanismos de tolerância a falhas externos ao subsistema, como é o caso dos *buffers*. Um subsistema diz-se independente se a sua disponibilidade própria não for afectada pelo comportamento dos outros subsistemas.

2 Obtenção do modelo equivalente

Uma vez efectuada a decomposição do sistema, trata-se de obter os modelos equivalentes dos respectivos subsistemas. A metodologia apresentada neste artigo é baseada na ideia de que o modelo de um dado subsistema pode, do ponto de vista da análise do sistema a jusante, ser substituído por um modelo reduzido equivalente com apenas dois estados: um estado de funcionamento e um estado de falha. A questão central na obtenção desse modelo reside na caracterização dos processos de falha e de reparação equivalentes. De seguida, serão introduzidos três vias para a obtenção do modelo reduzido equivalente: a via analítica, aplicável nos casos mais simples, a simulação de Monte Carlo, aplicável nos casos complexos, e o método Frequência/Duração, quando é legítima a aplicação da hipótese markoviana.

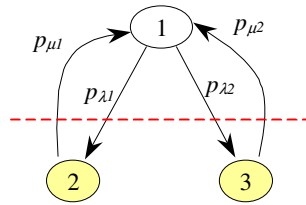


Figura 2: Diagrama de estados (M1, M2).

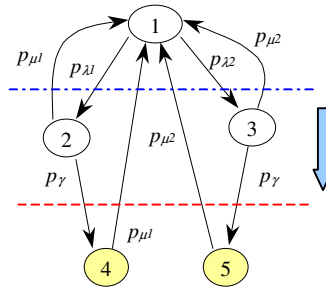


Figura 3: Diagrama de estados (M1, M2, buffer).

2.1 Via analítica

A obtenção de modelos reduzidos equivalentes pela via analítica será ilustrada através do subsistema ss_1 . De acordo com as condições de operacionalidade descritas no anexo 1, os modelos correspondentes a ss_1 e ao conjunto ss_1 / b_1 são os reproduzidos nas Figuras 2 e 3. O processo p_{γ} refere-se, neste caso, ao processo relativo ao *buffer* 1. Conforme já mencionado, o objectivo da simplificação consiste em obter modelos equivalentes onde o comportamento do subsistema seja descrito pelo menor número de estados (idealmente dois estados, falha e funcionamento), tal como representado nas Figuras 4 e 5.

O modelo reduzido equivalente poderá, ou não, ser markoviano, dependendo das distribuições dos processos de reparação $p_{\mu 1}$ e $p_{\mu 2}$, conforme os parágrafos seguintes o demonstram.

Situação 1

Admita-se que os processos de falha e de reparação das máquinas M1 e M2 que constituem ss_1 são exponencialmente distribuídos e que as respectivas taxas (constantes) verificam as relações seguintes:

$$\lambda_1 \neq \lambda_2 \text{ e } \mu_1 = \mu_2$$

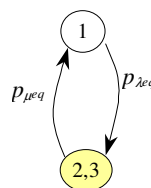


Figura 4: Diagrama de estados reduzido de ss_1 .

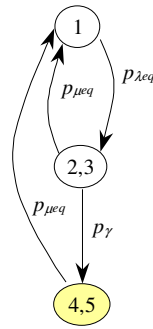


Figura 5: Diagrama de estados reduzido de ss_1 mais b_1 .

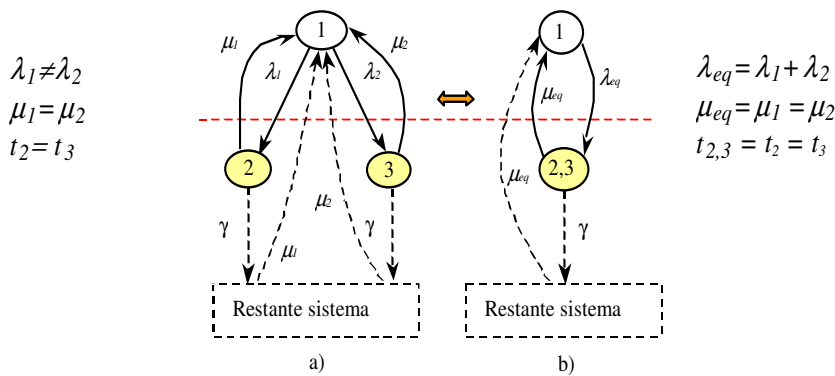


Figura 6: Diagramas de estados de ss_1

Neste caso, embora as frequências e as probabilidades dos estados 2 e 3 (e_2 e e_3) sejam diferentes, os tempos de ocupação destes estados são idênticos (quer em termos de valor médio quer em termos de distribuição), pelo facto dos equipamentos apresentarem processos de reparação idênticos. Agrupando os estados e_2 e e_3 num único estado - $e_{2,3}$, o tempo de ocupação desse estado, também terá distribuição exponencial com valor médio, $t_{2,3} = t_2 = t_3$. Assim, da simplificação do modelo de ss_1 (Figura 6-a), resulta um modelo equivalente (Figura 6-b), cujo processo de falha equivalente se caracteriza por uma taxa constante, $\lambda_{eq} = \lambda_1 + \lambda_2$ e o processo de reparação equivalente, por uma taxa de reparação também constante, $\mu_{eq} = \mu_1 = \mu_2$. Por conseguinte, as funções densidade de probabilidade destes processos são:

$$f p_{\lambda_{eq}} = (\lambda_1 + \lambda_2) e^{-(\lambda_1 + \lambda_2) t} \tag{1}$$

$$f p_{\mu_{eq}} = \mu_1 e^{-\mu_1 t} = \mu_2 e^{-\mu_2 t} \tag{2}$$

Note-se que esta simplificação é válida independentemente da forma da distribuição do processo p_{γ} , pelo qual o subsistema se liga ao restante sistema. No caso do processo p_{γ} ser exponencial, a probabilidade desta “ligação” (probabilidade de transição) é obtida simplesmente por: $\frac{\gamma}{\gamma + \mu}$, com $\mu = \mu_1 = \mu_2$.

Situação 2

Veja-se, agora, a situação em que os processos de ss_1 continuam exponenciais com as seguintes relações entre taxas (constantes): $\lambda_1 = \lambda_2$ e $\mu_1 \neq \mu_2$

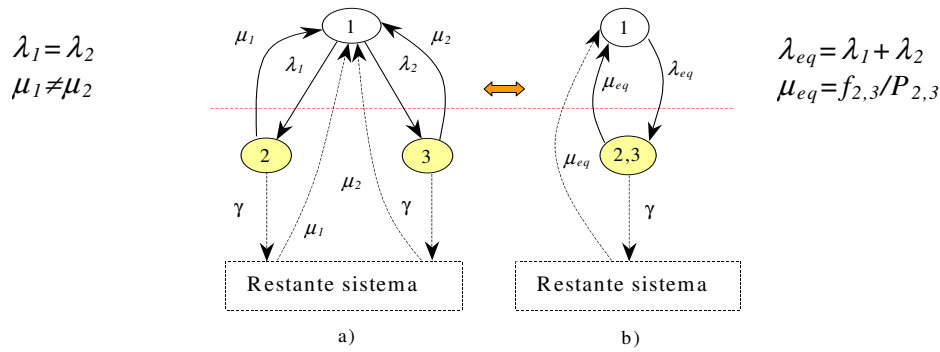


Figura 7: Diagramas de estados equivalentes de ss_1 .

Nestas circunstâncias, o modelo de ss_1 (Figura 7-a) mantém-se com comportamento markoviano. As frequências dos estados e_2 e e_3 são idênticas mas as probabilidades são diferentes. Quanto aos tempos de permanência nesses estados, são exponencialmente distribuídos com valores médios, também, diferentes. Na Figura 7-b apresenta-se o diagrama reduzido do sub-sistema ss_1 que resulta de agruparmos os estados de falha e_2 e e_3 , num único estado, o estado $e_{2,3}$. A frequência e a probabilidade deste estado são aqui designadas por $f_{2,3}$ e $P_{2,3}$, respectivamente.

Apesar das distribuições dos tempos de permanência em e_2 e e_3 serem exponenciais, a distribuição do tempo de permanência em $e_{2,3}$ não é exponencial. Quanto ao seu valor médio, é calculado pela média dos tempos de permanências em e_2 e e_3 . Independentemente da distribuição do processo p_γ , a determinação, apenas, das taxas λ_{eq} e μ_{eq} não permite estabelecer a equivalência entre os modelos a e b da Figura 7. Torna-se necessário, neste caso, conhecer-se a função densidade de probabilidade do processo $p_{\mu_{eq}}$.

Designando $f_{p_{\mu_i}}$ a função densidade de probabilidade do processo de reparação p_{μ_i} , então a função densidade de probabilidade equivalente, $f_{p_{\mu_{eq}}}$ será:

$$f_{p_{\mu_{eq}}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} f_{p_{\mu_1}} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} f_{p_{\mu_2}} \tag{3}$$

Para a situação particular em que $f_{p_{\mu_1}} = \mu_1 e^{-\mu_1 t}$ e $f_{p_{\mu_2}} = \mu_2 e^{-\mu_2 t}$, ter-se-á:

$$f_{p_{\mu_{eq}}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \mu_1 e^{-\mu_1 t} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \mu_2 e^{-\mu_2 t} \tag{4}$$

De realçar que, apesar dos processos de reparação p_{μ_1} e p_{μ_2} serem exponencialmente distribuídos, o processo $p_{\mu_{eq}}$ é não exponencial. Já o processo de falha equivalente $p_{\lambda_{eq}}$, continua exponencialmente distribuído com a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f_{p_{\lambda_{eq}}} = (\lambda_1 + \lambda_2) e^{-(\lambda_1 + \lambda_2) t} \tag{5}$$

Incluindo o processo p_γ no diagrama da Figura 7-b, obtém-se o diagrama da Figura 8. Neste caso, dado que o processo de reparação equivalente, $p_{\mu_{eq}}$, é não exponencial, ter-se-á de recorrer à expressão geral (independente das distribuições de p_γ e de $p_{\mu_{eq}}$):

$$t_{2,3} = \int_0^\infty t \cdot \left[f_{p_\gamma}(t) \left(\int_t^\infty f_{p_{\mu_{eq}}}(\tau_1) d\tau_1 \right) + f_{p_{\mu_{eq}}}(t) \left(\int_t^\infty f_{p_\gamma}(\tau_2) d\tau_2 \right) \right] dt \tag{6}$$

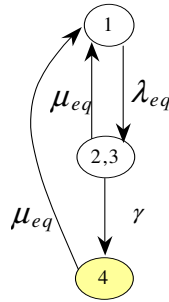


Figura 8: Diagrama de estados reduzido de ss_1 mais b_1 .

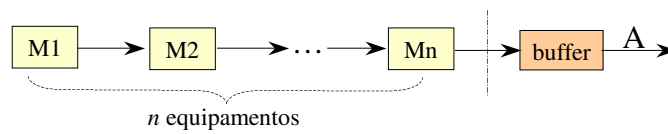


Figura 9: Diagrama funcional de n equipamentos em série e um *buffer* a jusante.

$$P_{2,3 \rightarrow 4} = \int_0^\infty f_{p_\gamma}(t) \left(\int_t^\infty f_{p_{\mu eq}}(\tau) d\tau \right) dt \tag{7}$$

Conforme se mostra em [5], a probabilidade de transição do estado $e_{2,3}$ para e_4 , $P_{2,3 \rightarrow 4}$ (7) é sensível ao tempo médio de permanência em $e_{2,3}$ (6) e à forma da distribuição do processo concorrente, $p_{\mu eq}$. Mostra-se, também, que se os processos concorrentes em $e_{2,3}$ apresentarem constantes de tempo muito diferentes ($\rho \gg 1$ ou $\rho \ll 1$, sendo ρ a razão entre as médias desses processos), os erros introduzidos pela hipótese markoviana são pouco significativos, pelo que nestes casos, esta simplificação pode ser adoptada, com todas as vantagens daí decorrentes.

Situação 3

Considere-se, por fim, uma situação mais abrangente em que um subsistema é constituído por n equipamentos em série e um *buffer* a jusante do $n^{\text{ésimo}}$ equipamento (Figura 9). Todos os equipamentos têm processos de falha exponencialmente distribuídos, p_{λ_i} , e processos de reparação, p_{μ_i} , independentes com funções densidade de probabilidades quaisquer, f_{p_i} .

Na Figura 10-a mostra-se o diagrama de estados deste subsistema. As funções densidade de probabilidade do processo de falha e do processo de reparação equivalentes do diagrama de estados simplificado (Figura 10-b), serão obtidas pelas expressões (8) e (9), respectivamente.

$$f_{p_{\lambda eq}} = \sum_{i=1}^n \lambda_i e^{-\sum_{i=1}^n \lambda_i t} \tag{8}$$

$$f_{p_{\mu eq}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i f_{p_i} \right) \tag{9}$$

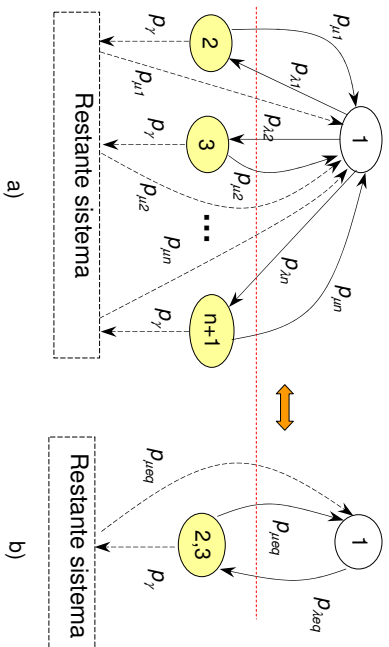


Figura 10: Diagrama de estados de n componentes em série.

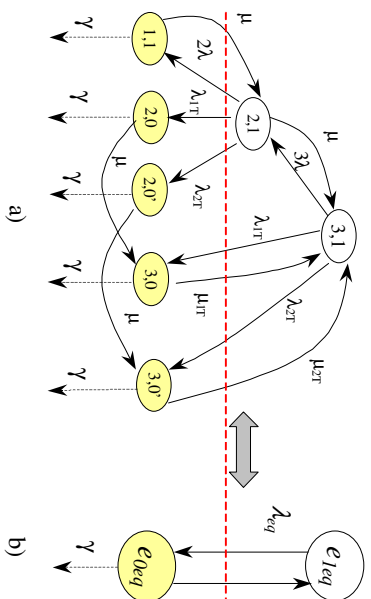


Figura 11: Diagramas de estados de $ss2$.

2.2 Simulação de Monte Carlo

Nem sempre as funções densidade de probabilidade dos processos do diagrama de estados equivalente podem ser obtidas de forma simples como no ponto anterior. Em muitos casos, a obtenção analítica destas funções revela-se difícil. Então, pode recorrer-se à simulação de Monte Carlo para estimar experimentalmente essas distribuições, tal como se discute neste ponto. Considere-se para o efeito o diagrama de estados correspondente ao subsistema $ss2$ (Figura11-a) e suponha-se que se pretende determinar as distribuições dos processos $p_{\lambda eq}$ e $p_{\mu eq}$ do modelo equivalente (o subsistema $ss2$ apresenta-se descrito em detalhe no anexo 1).

Relativamente à distribuição do processo $p_{\lambda eq}$ é necessário, apenas, conhecer o seu valor médio já que não existe nenhum outro processo concorrente com $p_{\lambda eq}$. Já no caso do processo $p_{\mu eq}$, torna-se necessário conhecer o valor médio e a forma da distribuição, uma vez que este processo é concorrente com o processo p_{γ} (note-se que os processos dos diagramas de estados da Figura 11 são referenciados pelas respectivas taxas médias).

Recorrendo à simulação de Monte Carlo e, tendo em conta a informação que consta na Tabela 2-A (anexo 1), relativa aos processos, calculou-se os tempos de permanência nos estados de falha de $ss2$ (Figura 11-a). Com estes tempos construiu-se o histograma de frequências da Figura 12. Este histograma caracteriza o tempo de permanência no estado de falha e_{0eq} (Figura

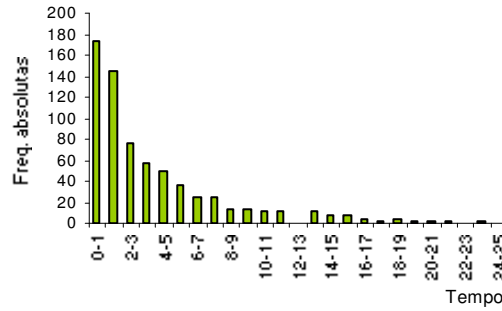


Figura 12: Histograma dos tempos de falha.

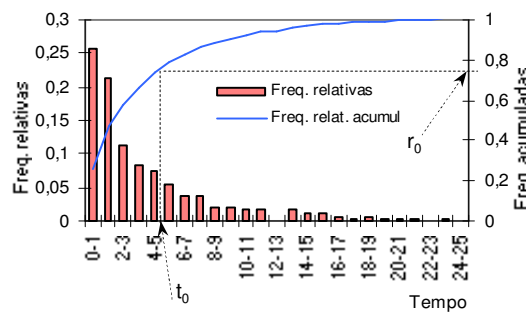


Figura 13: Gráfico de frequências de falhas.

11-b) resultante da agregação todos os estados de falha de ss_2 .

Na Figura 13 representam-se as frequências relativas e as frequências relativas acumuladas dos mesmos tempos de falha. As frequências relativas acumuladas definem a forma da distribuição cumulativa dos tempos de falha $F(t)$ e, por conseguinte, a distribuição cumulativa de $p_{\mu eq}$. Conhecida a distribuição de $p_{\mu eq}$ pode, por simulação, obter-se os tempos de reparação recorrendo ao método de geração de variáveis aleatórias. Este método consiste em gerar uma variável aleatória (uniforme), no domínio $[0,1]$, r_0 e para este valor determinar o correspondente valor, t_0 no contra-domínio de $F(t)$.

$$t_0 = F^{-1}(r_0) \tag{10}$$

A distribuição $F(t)$ será utilizada, mais adiante, na simulação do sistema de produção para gerar o tempo de permanência no estado e_{0eq} . Quanto à frequência de transição, λ_{eq} obtém-se pelo quociente da soma das frequências dos estados de falha ($e_{3,0}$, $e_{3,0'}$, $e_{1,1}$, $e_{2,0}$ e $e_{2,0'}$) pela soma das probabilidades dos estados $e_{3,1}$ e $e_{2,1}$. Por seu lado, o recíproco de λ_{eq} fornece o tempo médio de permanência no estado e_{1eq} .

2.3 Método Frequência/Duração

Finalmente, situações há em que o modelo equivalente pode ser obtido através de um procedimento baseado no método Frequência/Duração [10], conforme se exemplifica de seguida com base no subsistema ss_3 . O respectivo diagrama de estados é apresentado na Figura 14 (o

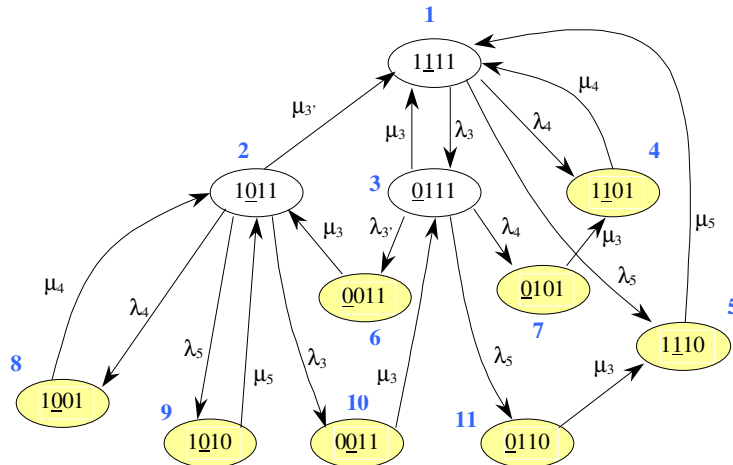


Figura 14: Diagrama de estados de ss_3 .

índice junto a cada estado é uma identificação compacta do respectivo estado). Conforme foi já salientado, a adopção da hipótese markoviana introduz erros significativos quando existem no sistema processos concorrentes não exponenciais. Da análise do diagrama de estados verifica-se que o processo não exponencial $p_{\mu_{3'}}$ (ver distribuição de $p_{\mu_{3'}}$ no anexo 1) está activo no estado (0011), mas aí sem nenhum processo concorrente. No estado (1011), o processo é concorrente com outros processos que apresentam constantes de tempo muito superiores. Sendo assim, ss_3 pode ser tratado como uma cadeia de Markov [12], cuja matriz Q se apresenta a seguir.

$$Q = \begin{bmatrix} -(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) & 0 & \lambda_3 & \lambda_4 & \lambda_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu_{31} & -(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5 + \mu_{31}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_4 & \lambda_5 & 0 & \lambda_3 & 0 \\ \mu_3 & 0 & -(\lambda_{31} + \lambda_4 + \lambda_5 + \mu_3) & 0 & 0 & \lambda_{31} & \lambda_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_5 \\ \mu_4 & 0 & 0 & -\mu_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu_5 & 0 & 0 & 0 & -\mu_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_3 & 0 & 0 & 0 & -\mu_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_3 & 0 & 0 & -\mu_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_3 \end{bmatrix}$$

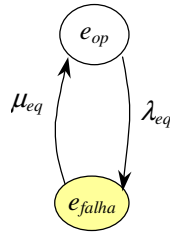
As probabilidades de estado em regime estacionário da Cadeia de Markov podem ser obtidas através da resolução do seguinte sistemas de equações:

$$\begin{cases} P \cdot Q = 0 \\ P \cdot h = 1 \end{cases} \text{ com } h = [1 \ 1 \ 1 \ \dots]^T \tag{11}$$

Conhecidas as probabilidades dos estados de falha e as taxas de transição entre si, pode, pelo método Frequência-Duração, reduzir-se o diagrama da Figura 14 a um diagrama equivalente, com apenas dois estados, um de funcionamento e outro de falha (Figura 15).

A probabilidade do estado operacional e_{op} obtém-se pelo somatório das probabilidades dos estados operacionais do diagrama da Figura 14. O valor resultante é a disponibilidade de ss_3 . O cálculo da probabilidade do estado de falha e_{falha} é efectuado de forma idêntica mas agora com os estados de falha.

Relativamente à frequência dum estado agrupado obtém-se pelo somatório das frequências dos estados individuais que deram origem ao estado agrupado, retirando as transições existentes entre esses mesmos estados. Assim, a frequência do estado de falha, $f_{e_{falha}}$, é determinada

Figura 15: Diagrama de estados reduzido de ss_3 .

do seguinte modo:

$$f_{e_{falha}} = \sum_{i=4}^{11} f_i - (P_7 \times \mu_3 + P_{11} \times \mu_3) \quad (12)$$

Uma vez que o diagrama reduzido tem apenas dois estados, $f_{e_{op}} = f_{e_{falha}}$. Tem-se, ainda, para as taxas de transição,

$$\lambda_{eq} = \frac{f_{e_{op}}}{P_{e_{op}}} \quad (13)$$

$$\mu_{eq} = \frac{f_{e_{falha}}}{P_{e_{falha}}} \quad (14)$$

Estas taxas tornam equivalentes os diagramas de estados das Figuras 14 e 15.

2.4 Modelo global do sistema

Depois de efectuada a decomposição do sistema em subsistemas, e realizada a simplificação do modelo de cada subsistema, surge o terceiro estágio da metodologia que consiste na construção do modelo global do sistema, o qual poderá ser, também, objecto de simplificação. É com base nesse modelo que são obtidos os índices de fiabilidade globais do sistema.

Note-se que foi o trabalho de simplificação efectuada ao nível dos subsistemas que possibilitou a construção do modelo global do sistema de produção pois, sem esse trabalho, seria impraticável construir o modelo global (para o caso em estudo, o número de estados desse modelo seria da ordem de 10^3).

Na Figura 16 apresentam-se os diagramas de estado dos três subsistemas anteriormente analisados. De realçar as alterações introduzidas na designação dos estados e dos processos (aqui representados pelas respectivas taxas médias) dos subsistemas com o objectivo de tornar mais fácil a leitura do modelo global. Com base nestes diagramas e, tendo em conta as condições de operacionalidade do sistema, foi construído o modelo da Figura 17. Cada estado deste modelo é representado por um vector (x_1, x_2, x_3) em que a variável x_i representa os estados do diagrama reduzido do subsistema ss_i . Os índices de fiabilidade do sistema serão obtidos por simulação a partir deste modelo, conforme se mostra na aplicação numérica apresentada no ponto seguinte.

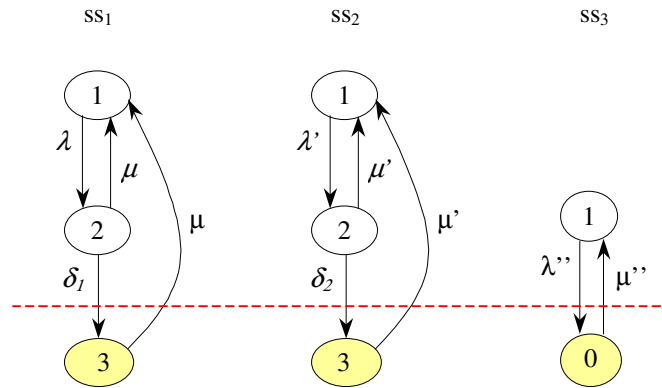


Figura 16: Diagrama de estados reduzidos dos 3 subsistemas.

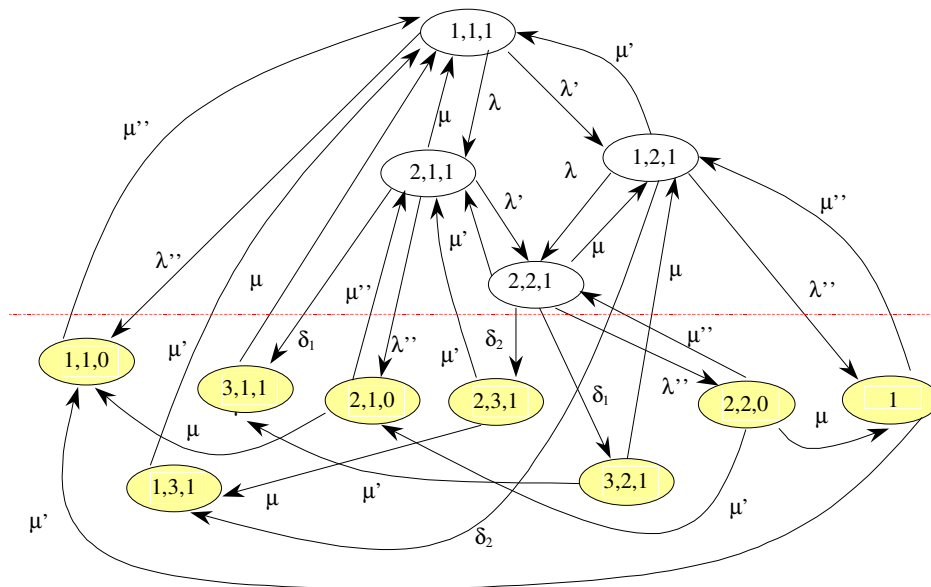


Figura 17: Diagrama de estados do sistema de produção.

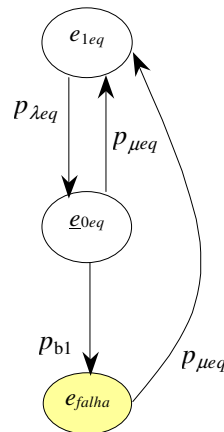


Figura 18: Diagrama de estados reduzido de ss_1 mais b_1 .

3 Aplicação numérica

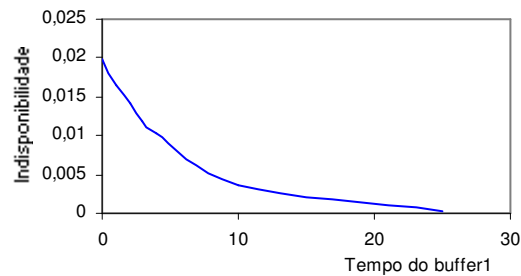
Neste ponto, são calculados os índices de fiabilidade (disponibilidade, frequência e duração dos estados de avaria) do sistema de produção apresentado no anexo 1, com base na abordagem hierárquica e nos modelos desenvolvidos nos pontos anteriores. Estuda-se, ainda, a forma como os *buffers* afectam a disponibilidade do sistema.

3.1 Análise de ss_1

O modelo deste subsistema serviu de caso de estudo em 2.3.1, pelo que nos limitamos, agora, a apresentar os resultados numéricos para os índices de fiabilidade deste subsistema e a analisar o efeito do b_1 sobre esses índices. Os processos que determinam o comportamento deste subsistema, assim como os valores dos parâmetros, constam da Tabela 1A (anexo 1).

Na Figura 18 mostra-se o diagrama de estados simplificado de ss_1 juntamente com o processo p_{b_1} associado a b_1 . Com base neste diagrama de estados, pode avaliar-se a disponibilidade a montante e a jusante de b_1 . Tendo em conta a natureza não-markoviano do modelo e o facto de se dispor da expressão analítica para $p_{\mu_{eq}}$ (4) pode calcular-se os índices de fiabilidade do subsistema recorrendo a (6) e (7) ou, em alternativa, à metodologia DepCim [8]. Na Tabela 1 apresentam-se os valores obtidos para ss_1 considerando que o processo p_{b_1} é determinístico com duração de 1 hora.

Na Figura 19 mostra-se a evolução da indisponibilidade à saída de b_1 em função da sua duração (também determinística). Com o aumento da dimensão do *buffer* verifica-se uma redução da indisponibilidade do sistema, marginalmente menor à medida que a dimensão do *buffer* aumenta.

Figura 19: Indisponibilidade em função de b_1 Tabela 1: Índices de fiabilidade a jusante de b_1

<i>Estados</i>	<i>Prob. Estado</i>	<i>Disponib.</i>	<i>Indisponib.</i>
e_{1eq}	0.978478	0.981207	
e_{0eq}	0.0027337		
e_{falha}	0.0187927		0.0187927

3.2 Análise de ss_2

Este sistema foi analisado na secção 2.3.2. Pretende-se agora obter os índices de fiabilidade de ss_2 e analisar em detalhe o papel desempenhado pelo *buffer* b_2 sobre estes índices, tomando em consideração a informação constante da Tabela 2A (anexo 1) relativa à caracterização dos processos. Na Tabela 2 apresentam-se os resultados obtidos por simulação - valores médios de oito replicações com durações de 5E-05 horas cada. Apesar destes valores resultarem de várias replicações independentes, não devem ser tomados como informação absoluta. É importante dispor de uma medida de confiança sobre estas estimativas calculadas, expressas, por exemplo, na forma de intervalos de confiança [13, 14]. Para tal é necessário dispor de uma medida de dispersão dos resultados (por exemplo da variância), conforme se mostra no Anexo 2.

Na Figura 20 mostra-se um gráfico com os tempos de permanência nos estados falha ($e_{3,0}$, $e_{3,0'}$, $e_{1,1}$, $e_{2,0}$ e $e_{2,0'}$) de ss_2 . Pela análise deste gráfico verifica-se que grande parte dos tempos de falha tem durações inferiores a 3 h. Como tal, a existência de um *buffer* com esta duração seria uma forma eficaz de tolerar as falhas do ss_2 , evitando a propagação das consequências da sua falha a linha de montagem a jusante. Na Figura 21, é bem visível a importância de b_2 , pelo deslocamento da linha de corte que separa os estados operacionais dos estados de falha a jusante de ss_2 .

A não redução do diagrama de estados do subsistema ss_2 (Figura 11-a) obrigaria a tomar o diagrama de estados da Figura 21-a como modelo para o cálculo da disponibilidade à saída do b_2 . No entanto, a simplificação do modelo de ss_2 permite avaliar essa disponibilidade com base no diagrama da Figura 21-b. A partir dos valores da Tabela 2 obtém-se o valor de $0.00743 h^{-1}$ para a taxa de falhas equivalente, λ_{eq} , e o valor de $135 h$ para o tempo médio de permanência em e_{1eq} .

Neste momento temos condições para avaliar os índices de fiabilidade à saída de b_2 e as

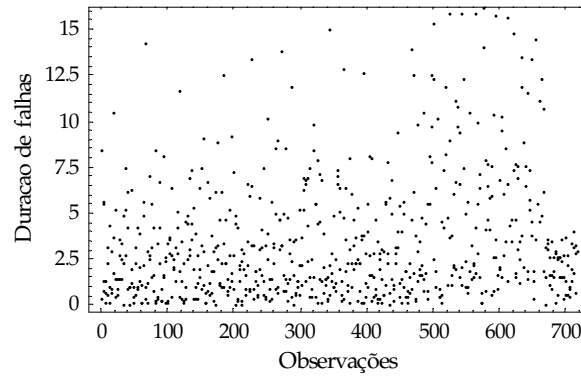


Figura 20: Tempos de falhas de ss_2 (amostra de 689 obs.)

Tabela 2: Índices de fiabilidade de ss_2

<i>estado</i>	<i>Prob. estado</i> (P_i)	<i>Frequência</i> ($horas^{-1}$)	<i>Disponibilidade.</i>		<i>Indisponibilidade</i>	
			<i>Média</i>	<i>Var</i>	<i>Média</i>	<i>Var</i>
1 (3,1)	0.931613	0.015856	0.968885	4.6554E-08	0.031115	4.708E-08
2 (2,1)	0.0372721	0.009572				
3 (3,0)	0.01453643	0.004843				
4 (3,0')	0.01556614	0.001944				
5 (1,1)	0.00050285	0.0002476				
6 (2,0)	0.00036674	0.00018277				
7 (2,0')	0.00014772	0.00007352				

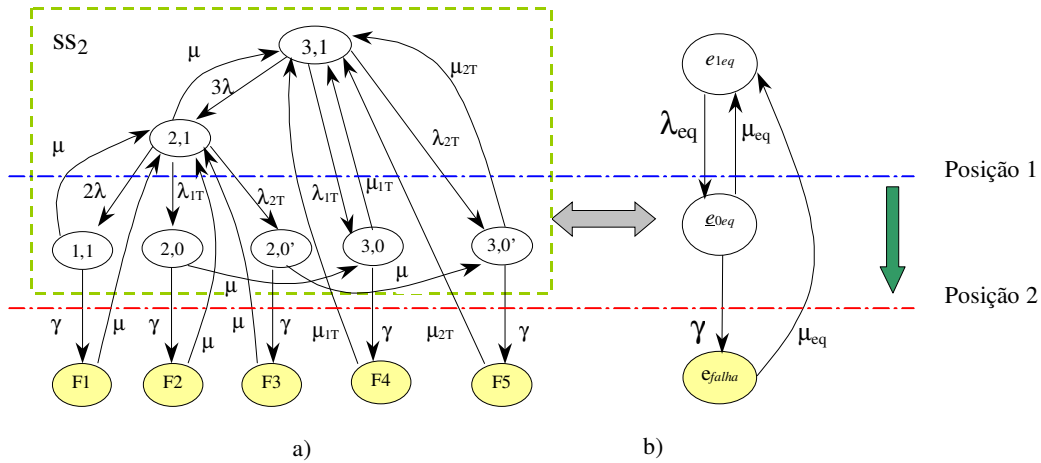


Figura 21: Diagrama de estados reduzido de ss_2 mais b_2 .

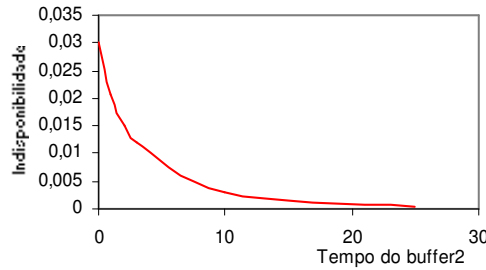


Figura 22: Indisponibilidade em função de b_2

alterações provocadas nestes índices por variações na dimensão deste *buffer*. Para realizar este estudo recorreu-se à Simulação Monte Carlo devido ao facto do processo $p_{\mu eq}$ ser caracterizado por um histograma (Figura 13). Na Tabela 3 apresentam-se os valores obtidos, considerando o processo p_γ (que aqui representa o *buffer* b_2) determinístico com duração de 1 h e um tempo de simulação de 10^7 h.

Na Figura 22 podemos ver a evolução da indisponibilidade à saída do b_2 em função da sua dimensão. Como seria de esperar a indisponibilidade diminui à medida que aumenta a dimensão do *buffer* (caindo para cerca de 1/3 do seu valor quando a duração do *buffer* passa de 1 para 3 horas) verificando-se, também, uma diminuição marginal nos ganhos de disponibilidade.

Tabela 3: Índices de fiabilidade a jusante de b_2

<i>Estados</i>	<i>Prob. Estado</i>	<i>Freq.</i>	<i>Disponib.</i>	<i>Indisponib.</i>
e_{1eq}	0.97326	0.0069333	0.9793	
e_{0eq}	0.00605465	0.0069332		
e_{falha}	0.0207119	0.0051761		0.0207

Tabela 4: Índices de fiabilidade de ss_3

<i>estado</i>	<i>Prob. Estado</i> (P_i)	<i>Frequência</i> ($horas^{-1}$)	<i>Disp.</i>	<i>Indisp.</i>
1 (1̄111)	0.984161	0.00295248	0.98996	
2 (1̄011)	0.0000345	0.00001160		
3 (0̄111)	0.0057668	0.000984195		
4 (1̄101)	0.00494964	0.00098993	0.010038	
5 (1̄110)	0.00494964	0.00098993		
6 (0̄011)	0.00006920	0.0000115335		
7 (0̄101)	0.00003460	5.76677×10^{-6}		
8 (1̄001)	1.72486×10^{-7}	3.44971×10^{-8}		
9 (1̄011)	1.72486×10^{-7}	3.44971×10^{-8}		
10 (0̄011)	1.03491×10^{-7}	3.44971×10^{-8}		
11 (0̄110)	0.00003460	5.76677×10^{-6}		

3.3 Análise de ss_3

A resolução do sistema de equações (11) utilizando a informação relativa às taxas de transição que consta na Tabela 3A (anexo 1), permite a obtenção das probabilidades dos estados individuais do subsistema ss_3 (Tabela 4). A probabilidade do estado agrupado e_{op} (Figura 15) obtém-se pelo somatório das probabilidades dos estados operacionais do diagrama da Figura 14, enquanto que o cálculo da probabilidade do estado agrupado de falha e_{falha} é efectuado de forma idêntica mas agora com as probabilidades dos estados individuais de falha. Temos deste modo:

$$P_{e_{op}} = 0.989962 \text{ e } P_{e_{falha}} = 0.0100381$$

Pela expressão (12) calcula-se a frequência do estado agrupado de falha, $f_{e_{falha}} = 0.00199149$. Como o diagrama reduzido tem apenas dois estados, $f_{e_{falha}} = f_{e_{op}}$. Através das expressões (13) e (14) obtém-se os valores das taxas de falha e de reparação equivalentes, $\lambda_{eq} = 0.00201169 \text{ h}^{-1}$ e $\mu_{eq} = 0.198393 \text{ h}^{-1}$.

3.4 Análise global do sistema

Em 2.4 desenvolveu-se o modelo do sistema global, apresentando-se na Figura 17 o respectivo diagrama de estados e, dada a natureza dos processos envolvidos, indicou-se a simulação como sendo a técnica mais adequada para a obtenção dos índices de fiabilidade.

Neste ponto são apresentados os resultados obtidos para os índices de fiabilidade do sistema de produção utilizando as distribuições equivalentes dos processos de falha e de reparação obtidos nos pontos anteriores, as quais estão reproduzidas na Tabela 5. Valerá a pena referir que todos os resultados apresentados quer para os subsistemas quer para o sistema foram obtidos recorrendo a uma ferramenta de cálculo matemático [15].

A Tabela 6 fornece os valores médios dos índices de fiabilidade do sistema e valores das

Tabela 5: Caracterização dos processos do sistema global.

<i>Processo</i>	p_λ	$p_{\lambda'}$	$p_{\lambda''}$	p_μ	$p_{\mu'}$	$p_{\mu''}$	$p_{\delta 1}$	$p_{\delta 2}$
<i>Valor médio (h)</i>	1000/3	135	497	7.333	4.2969	5.04	1	1
<i>Distribuição</i>	<i>Exp</i>	<i>Exp</i>	<i>Exp</i>	<i>Expressão (10)</i>	<i>Hist. Fig. 13</i>	<i>Exp</i>	<i>Dirac</i>	<i>Dirac</i>

Tabela 6: Resultados obtidos de 7 replicações de duração 10^6 horas cada

<i>estado</i>	<i>Prob. Estado</i> (P_i)	<i>Frequência</i> (horas^{-1})	<i>Disponibilidade</i>		<i>Indisponibilidade</i>	
			<i>Média</i>	<i>Variância</i>	<i>Média</i>	<i>Variância</i>
1 (1,1,1)	0,940257857	0,011844429	0,94919443	5,9255E-07	0,05091297	5,71719E-07
2 (2,1,1)	0,006133496	0,007116714				
3 (1,2,1)	0,00278475	0,002868714				
4 (2,2,1)	1,82609E-05	4,08571E-05				
5 (1,1,0)	0,009507881	0,001895286				
6 (3,1,1)	0,023204214	0,005278857				
7 (2,1,0)	1,76736E-05	9,14286E-06				
8 (2,3,1)	6,29537E-05	1,94286E-05				
9 (2,2,0)	0	0				
10 (1,2,0)	1,67399E-05	5,42857E-06				
11 (1,3,1)	0,018050386	0,002854857				
12 (3,2,1)	5,31439E-05	1,57143E-05				

variâncias da disponibilidade e da indisponibilidade obtidos por simulação.

Com base na expressão (2A), apresentada no anexo 2, é possível estimar os intervalos de confiança para os valores médios da disponibilidade e da indisponibilidade do sistema com um grau de confiança α . Para um valor de $\alpha = 5\%$, obtemos os seguintes intervalos de confiança:

$$\text{Disponibilidade} = [0,947310795; 0,951078062];$$

$$\text{Indisponibilidade} = [0,04906274; 0,0527632]$$

Considere-se, agora, que se pretende obter o valor da disponibilidade do sistema de produção com precisão 0.5 %. Retomando a amostra de resultados de simulação já obtidos (7 replicações de 10^6 h cada), estima-se o valor da variância da disponibilidade em 5,9255E-07. Através da expressão (2A), pode calcular-se a precisão dada por esta amostra. O valor obtido ($\delta \approx 0.0007501$) indica uma precisão significativamente superior à pretendida ($\delta \leq 0.005$), razão pela qual não se torna necessário efectuar simulações adicionais.

Refira-se, a este respeito, que a elevada precisão obtida com uma amostra reduzida prende-se com o facto dos valores da amostra apresentarem diferenças muito pequenas. Para isso terá contribuído os longos tempos de simulação adoptados em cada replicação (10^6 h).

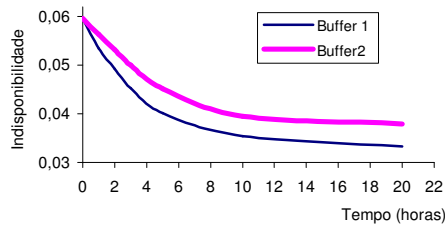


Figura 23: Indisponibilidade do sistema de produção com b_1 e b_2 temporizados

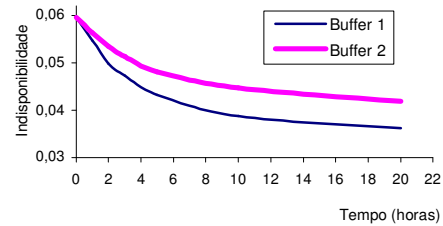


Figura 24: Indisponibilidade do sistema de produção com b_1 e b_2 Exponenciais

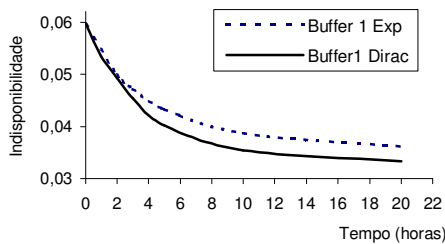


Figura 25: Indisponibilidade do sistema de produção com b_1 Exponencial / b_1 temporizado

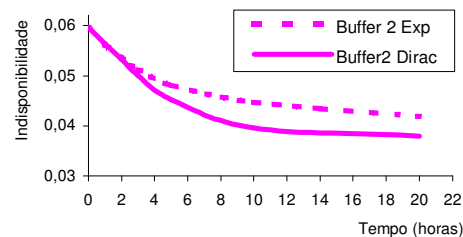


Figura 26: Indisponibilidade do sistema de produção com b_2 Exponencial / b_2 temporizado

3.5 Os buffers e a disponibilidade do sistema

A influência dos *buffers* sobre a disponibilidade de ss_1 e ss_2 foi já analisada. Mais interessante, contudo, é analisar essa influência ao nível do sistema. A Figura 23 mostra a evolução da indisponibilidade do sistema quando (i) se atribuem a b_1 durações temporizadas entre 0 e 20 horas e se considera b_2 inexistente (curva a fino) e (ii) quando se atribuem as mesmas durações a b_2 , considerando b_1 inexistente (curva a grosso). Uma análise idêntica é apresentada na Figura 24, admitindo os *buffers* com tempos de duração exponenciais. Verifica-se através da análise dos gráficos que, para idênticos valores médios, b_1 produz melhores resultados que b_2 em termos de redução da indisponibilidade do sistema.

O gráfico da Figura 25 apresenta a traço contínuo a curva da evolução da indisponibilidade do sistema em função da duração temporizada de b_1 , admitindo a não existências de b_2 e, a traço interrompido, a evolução da mesma grandeza considerando, agora, a duração de b_1 exponencial. A Figura 26 apresenta os resultados de um estudo idêntico para b_2 . Da análise destes gráficos, pode constatar-se que para durações médias dos *buffers* até cerca de 3 horas, a forma das distribuições dos respectivos processos associados (temporizada ou exponencial) não tem efeitos significativos sobre os índices do sistema. No entanto, para durações médias acima deste valor os índices mostram-se visivelmente mais favoráveis com as distribuições temporizadas.

Finalmente, nos gráficos seguintes, mostra-se a evolução da disponibilidade do sistema considerando simultaneamente a existência dos *buffers* 1 e 2, e assumindo durações temporizadas. Com base nestes gráficos e conhecidos os custos de posse dos *buffers*, os engenheiros e gestores industriais podem determinar a dimensão dos *buffers* que conduz a uma optimização dos custos globais do sistema de produção.

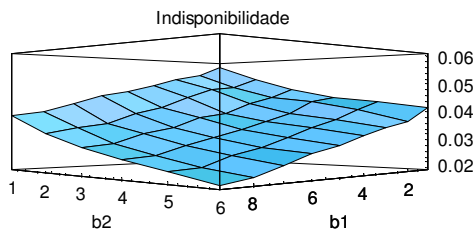


Figura 27: Disponibilidade do sistema (b_1 e b_2 temporizados)

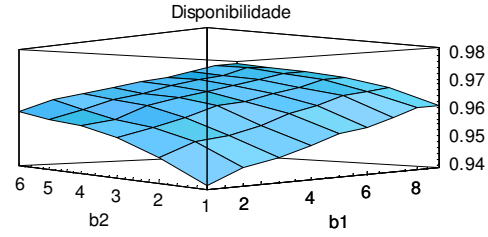


Figura 28: Indisponibilidade do sistema (b_1 e b_2 temporizados)

4 Conclusões

A análise e a avaliação do desempenho dos sistemas de produção são tarefas complexas pelo facto de, normalmente, não ser possível representar num modelo único todos os estados do sistema. A abordagem convencional para ultrapassar esta dificuldade consiste em decompor o sistema em estudo em subsistemas estatisticamente independentes, analisar e calcular os índices de fiabilidade pretendidos ao nível dos subsistemas e, através de uma “fórmula integradora” destes índices, obter os valores para os índices globais ao nível do sistema.

Neste artigo foi apresentada uma abordagem distinta segundo a qual os índices de fiabilidade são obtidos a partir de um modelo global do sistema, construído com base em modelos reduzidos de cada subsistema. Estes modelos podem ser obtidos por via analítica, por simulação de Monte Carlo ou através do método Frequência/Duração. Da análise apresentada ao longo do artigo, constata-se que a via mais adequada a seguir para a obtenção dos modelos dos subsistemas é determinada, fundamentalmente, pelos processos de falha e de reparação e pelos processos que caracterizam o comportamento dos *buffers* existentes entre as células do sistema de produção.

A originalidade desta abordagem reside no facto de possibilitar a obtenção de um modelo do sistema “tratável” do ponto de vista do cálculo numérico, a partir do qual podem ser obtidos os índices de fiabilidade e efectuadas análises de sensibilidade relativamente a parâmetros de dimensionamento do sistema. Em particular, a partir dos modelos simplificados é possível analisar a influência do dimensionamento e localização dos *buffers* intermédios, os quais desempenham um papel importante na disponibilidade do sistema de produção.

À medida que a dimensão destes *buffers* aumenta, assiste-se a uma diminuição da indisponibilidade do sistema, resultando naturalmente em ganhos de produção. Por outro lado, sobem os custos correspondentes aos stocks em curso, e dificulta-se o controlo da produção. Assim, a dimensão óptima dos *buffers* será determinada por aspectos de ordem económica [16]: prejuízos causados pela paragem do sistema de produção, custos de implementação dos *buffers* (posse de inventário, espaço ocupado, dificuldades de circulação no interior das instalações industriais, ...). A expressão geral de custos por unidade de tempo pode escrever-se como:

$$C_T = \sum_{j=1}^k c_{1j}q_j + CI \times \bar{A}(q_1, q_2, \dots, q_k) \tag{15}$$

onde:

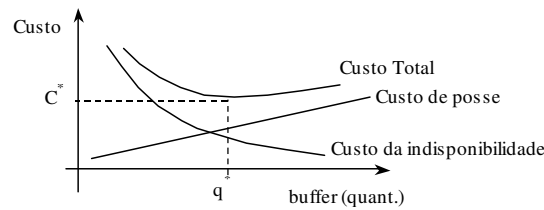


Figura 29: Curvas de custos.

- c_{1j} é o custo unitário de posse do *buffer* j por unidade de tempo;
- q_j é a dimensão (número de unidades) do *buffer* j ;
- CI é o custo da indisponibilidade do sistema por unidade de tempo;
- $\bar{A}(q_1, q_2, \dots, q_k)$ é a indisponibilidade do sistema;
- k é o número de *buffers*.

A Figura 29 representa qualitativamente a evolução dos custos totais. Dada a natureza desta curva, o valor mínimo para o custo total será obtido quando se verificar:

$$\frac{\partial C_T}{\partial q_j} = 0$$

Tal como o caso de estudo apresentado demonstrou, o método introduzido ao longo deste artigo permite determinar a evolução da indisponibilidade do sistema de produção em função da dimensão dos *buffers* e estabelecer quais as dimensões dos *buffers* que asseguram um determinado nível de disponibilidade do sistema, podendo constituir, portanto, um auxiliar precioso no dimensionamento dos sistemas de produção.

5 Referências

- [1] Zakarian, A., Kusiak A., “Modeling Manufacturing Dependability”, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 3, No. 2, April, 1997.
- [2] Koenigsberg, E., Mamer, J., “The analysis of production systems”, International Journal of Production Research, Vol. 20, No. 1, 1982, pp. 1-16.
- [3] Koichi, T., Shigeru, Y., “Markovian availability modeling for software-intensive systems”, International Journal of Quality & Reliability Management, Vol.17, No.2, 2000, pp. 200-212.
- [4] Simeu-Abazi, Z., Daniel, O., Descotes-Genon, B., “Analytical method to evaluate the dependability of manufacturing systems”, Reliability Engineering & System Safety, Vol. 55, No. 2, 1997, pp. 125-130.
- [5] Nunes, E., Faria, J. A., Matos, M. A., “A comparative analysis of dependability assessment methodologies” Proceedings of the $\lambda\mu$ 13 ESREL Conference, Lyon, 2002, pp. 228-235.
- [6] Cox, D.R. and Miller, H. D., The Theory of Stochastic Processes, Chapman and Hall, London, UK , 1965.
- [7] Villemeur, A., “Evaluation de la fiabilité, disponibilité et maintenabilité de systèmes réparables: la Méthode de l’Espace des Etats”. EDF-DER HT/50/3- juillet 1987.

- [8] Faria, J.A., Matos, M.A., "An analytical methodology for the dependability evaluation of non-Markovian systems with multiple components", *Journal of Reliability Engineering and System Safety*, 74, 2001, pp. 193-210.
- [9] Dubi, A., Gandini, A., Goldfeld, A., Righini, R., and Simonot, H., "Analysis of non-Markovian Systems by a Monte-Carlo Method", *Annales of Nuclear Energy*, Vol.18, n 3, 1991, pp. 125-130.
- [10] Billinton, R., Allan, A., "Reliability evaluation of engineering systems: concepts and techniques", Longman scientific and technical, 1983.
- [11] Mahadevan, B., Narendran, T. T., "Buffer levels and choice of material handling device in Flexible Manufacturing Systems", *European Journal of Operational Research* 69, 1993, pp.166-176.
- [12] Sahner, R. A., Trivedi, K. S. and Puliafito A., *Performance and Reliability Analysis of Computer Systems*, Kluwer Academic Publishers, Norwell, Massachusetts, USA, 1996.
- [13] Rodrigues, A. G., *Simulação*, Universidade do Minho, 1988.
- [14] Averill, M., Law, W., Kelton, D., *Simulation Models and Analysis*, Mc Graw Hill Book Company, 1982.
- [15] Wolfram, S., *Mathematic: A system for doing Mathematics by Computer*, Second Edition, Reading, MA: Addison-Wesley, 1990.
- [16] Malcolm Bradley and Ray Dawson, "The cost of unreliability : a case study", *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, Vol. 4, No. 3, 1998, pp. 212-218.

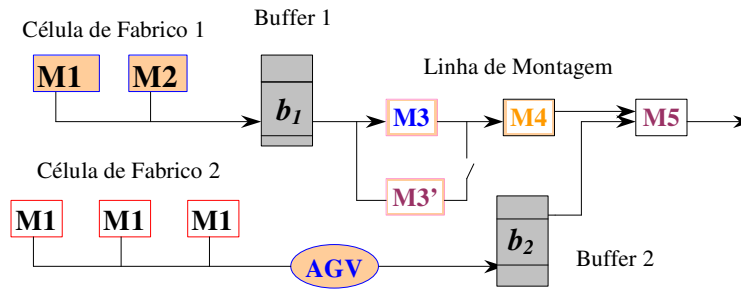


Figura 1A: Sistema de produção.

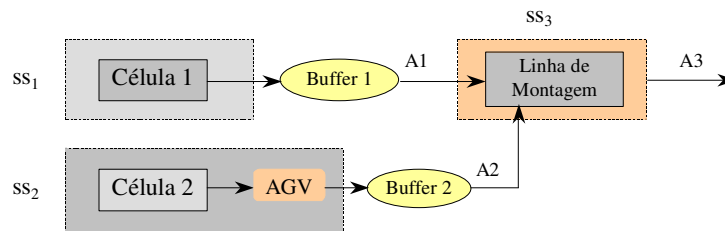


Figura 2A: Decomposição do sistema de produção em subsistemas.

Anexo 1 - Apresentação do sistema de produção em estudo

Muitos sistemas de produção são constituídos por uma ou várias linhas de montagens (LM) de produto final, abastecidas por transportadores de componentes (manuais ou automáticos), produzidos em secções de fabrico de componentes. Frequentemente, alguns dos componentes são adquiridos a outras empresas. Entre as secções de produção de componentes e as linhas de montagens existem, frequentemente, stocks de componentes e stocks de produtos semiacabados – *buffers*. A especificidade e diversidade dos equipamentos requerem equipas de manutenção especializadas afectas às secções e às linhas de montagem.

Na Figura 1A mostra-se o esquema de um sistema de produção com características como as acima referidas, constituído por uma linha de montagem (LM), duas células de fabrico (CF1 e CF2), um transportador automático (AGV) e dois *buffers* (b_1 e b_2). É com base neste sistema que será apresentada a abordagem hierárquica proposta neste artigo.

Na Figura 2A apresenta-se a decomposição deste sistema de produção em três subsistemas, de acordo com as linhas orientadoras introduzidas no ponto 2. Os três subsistemas são descritos nos parágrafos seguintes.

Subsistema ss₁

O esquema apresentado na Figura 3 representa o modelo funcional do ss_1 (constituído por duas máquinas, M1 e M2) juntamente com o *buffer* 1. Quando uma das máquinas falha a outra pára imediatamente e só entra em funcionamento quando reparada a máquina em falha. Deste modo, a missão do ss_1 em conjunto com o *buffer* 1 cumpre-se em qualquer das seguintes situações:

1. M1 e M2 operacionais;
2. M1(2) falha, e o *buffer* tolera a falha de M1(2) durante a sua reparação.

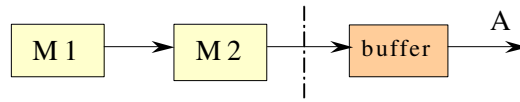


Figura 3A: Diagrama funcional de célula de fabrico.

Tabela 1A: Descrição dos processos de ss_1

<i>Processo</i>	<i>Descrição</i>	<i>f.d.p.</i>	<i>Duração média (h)</i>
$p_{\lambda 1}$	Falha de M1	Exp.	$m_{\lambda 1} = 500$
$p_{\lambda 2}$	Falha de M2	Exp.	$m_{\lambda 2} = 1000$
$p_{\mu 1}$	Rep. de M1	Exp.	$m_{\mu 1} = 6$
$p_{\mu 2}$	Rep. de M2	Exp.	$m_{\mu 2} = 10$

As condições de operacionalidade referidas permitem construir os diagramas de estados apresentados nas Figuras 2 e 3, e aqui reproduzidos nas Figuras 4A e 5A. O estado 1 representa o estado de funcionamento das duas máquinas, M1 e M2; o estado 2 representa o estado em que a máquina M1 está em falha; o estado 3 é idêntico ao estado 2 estando agora M2 em falha em vez de M1. No caso da não existência do *buffer*, do ponto de vista dos subsistemas a jusante, os estados 2 e 3 são estados de falha. Com a inclusão do *buffer* estes estados passam a estados de funcionamento surgindo os estados 4 e 5 como estados de falha, pois só então os subsistemas a jusante serão afectados pelas avarias de M1 ou M2. Naturalmente, o *buffer* tem uma dimensão limitada e, por conseguinte, tolera uma falha a montante durante um período de tempo determinado pela sua dimensão.

Subsistema ss_2

A célula de fabrico 2 (CF2) constitui o subsistema ss_2 . Fazem parte desta célula três máquinas semelhantes e um AGV. Duas das três máquinas são suficientes para assegurar o normal funcionamento da linha de montagem. As máquinas M1 apresentam taxas de falhas λ_1, λ_2 e λ_3 idênticas, e taxas de reparação μ_1, μ_2 e μ_3 também idênticas. O transportador automático tem dois modos de falha distintos e independentes, com taxas de falha λ_{1T} e λ_{2T} . As respectivas reparações também apresentam taxas diferentes, μ_{1T} e μ_{2T} . Dispõe-se de uma equipa de manutenção para a célula de fabrico, pelo que, em cada momento, apenas um equipamento se pode encontrar em reparação.

Todas as distribuições dos processos que modelam o comportamento da CF2 são exponencialmente distribuídos ou assumidos como tal, excepto os processos de reparação das máquinas, que são temporizados. O processo γ modela o comportamento do *buffer* existente entre a CF2 e a linha de montagem.

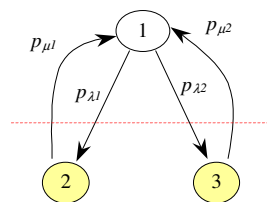


Figura 4A: Diagrama de estados (M1, M2).

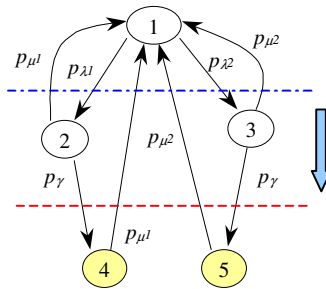


Figura 5A: Diagrama de estados (M1, M2, buffer).

Tabela 2A: Descrição dos processos de ss_2

Processo	Descrição	f.d.p.	Duração (h)
p_{λ}	Falha de uma máquina	Exp.	$m_{\lambda} = 300$
$p_{\lambda 1T}$	Falha de AGV modo1	Exp.	$m_{\lambda 1T} = 200$
$p_{\lambda 2T}$	Falha de AGV modo2	Exp.	$m_{\lambda 2T} = 500$
p_{μ}	Rep. de uma máquina	Dirac	$m_{\delta} = 4$
$p_{\mu 1T}$	Rep. do AGV modo1	Exp.	$m_{\mu 1T} = 3$
$p_{\mu 2T}$	Rep. do AGV modo2	Exp.	$m_{\mu 2T} = 8$

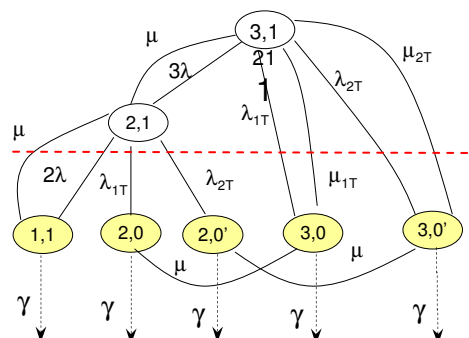


Figura 6A: Diagramas de estados da CF2.

Tabela 3A: Caracterização dos processos de ss_3

Processo	Descrição	f.d.p.	Duração (h)
p_{λ_3}	Falha de máq. M3	<i>Exp</i>	$m_{\lambda_3} = 1000$
$p_{\lambda_{3'}}$	Falha de máq. M3'	<i>Exp</i>	$m_{\lambda_{3'}} = 500$
p_{λ_4}	Falha de máq. M4	<i>Exp</i>	$m_{\lambda_4} = 1000$
p_{λ_5}	Falha de máq. M5	<i>Exp</i>	$m_{\lambda_5} = 1000$
p_{μ_3}	Rep. da máq. M3	<i>Exp</i>	$m_{\mu_3} = 6$
$p_{\mu_{3'}}$	Rep. da máq. M3'	<i>LogNormal</i>	$m_{\mu_{3'}} = 3$
p_{μ_4}	Rep. da máq. M4	<i>Exp</i>	$m_{\mu_4} = 5$
p_{μ_5}	Rep. da máq. M5	<i>Exp</i>	$m_{\mu_5} = 5$

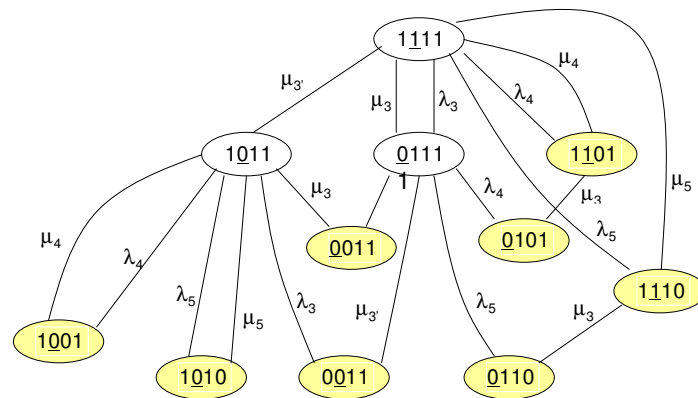


Figura 7A: Diagrama de estado de ss_3 .

Subsistema ss_3

Este subsistema é formado pela linha de montagem (LM) propriamente dita funcionando em fluxo unitário. A máquina M3', constitui uma redundância passiva à máquina M3, tecnicamente mais evoluída e com menores custos de manutenção. A paragem das máquinas M4 ou M5 provoca a paragem da linha de montagem. Dispõe-se apenas de uma equipa de manutenção para a LM, não havendo possibilidade de reparação de mais que uma máquina em simultâneo. Admite-se que o sistema sensor comutador tem fiabilidade unitária e que as máquinas M3, M4 e M5 têm taxas de falha constantes λ_3 , λ_4 e λ_5 , respectivamente. As reparações são também exponenciais com taxas μ_3 , μ_4 e μ_5 , respectivamente. Considera-se que qualquer máquina da linha de montagem tem uma probabilidade de falha nula quando parada. A máquina M3' apresenta um processo de reparação com distribuição logNormal ($m_{\mu_{3'}}$, σ^2) e o respectivo processo de falha é exponencial com taxa $\lambda_{3'}$.

Ao contrário do que acontece com os processo de reparação de todas as outras máquinas de LM, o processo de reparação de $M_{3'}$, poderá ser interrompido e reinicializado mais tarde se a operacionalidade do sistema depender da intervenção da manutenção nas máquinas M4 ou M5.

Na Figura 20 mostra-se o diagrama de estados da LM. Cada estado é representado por um vector $[x_3, x_{3'}, x_4, x_5]$ em que as variáveis x_i representam o estado da máquina M_i . A informação que consta da Tabela 3A permite caracterizar todos os processos do subsistema ss_3 , em termos de distribuições e tempos médios.

Anexo 2 – Medidas de confiança sobre resultados obtidos por simulação

Intervalos de confiança

Sendo os resultados obtidos por simulação, valores experimentais, não devem ser tomados como informação absoluta, mesmo que sejam obtidos através de médias calculadas sobre várias replicações independentes [13]. É importante dispor de uma medida de confiança sobre as estimativas calculadas, expressas, por exemplo, na forma de intervalos de confiança.

O intervalo de confiança para uma estimativa da média, será, para um grau de confiança igual a α dado por:

$$\bar{X} \pm t_{N-1}(\alpha/2) \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{(N-1)}} \quad (1A)$$

onde $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ são valores obtidos de várias execuções do modelo de simulação, \bar{X} a média destes valores, N o número de execuções do modelo de simulação (tamanho da amostra) e $t_{N-1}(\alpha/2)$ o valor da distribuição de Student com $N - 1$ graus de liberdade.

Dimensão da amostra para uma precisão pretendida

Por vezes não se pretende obter um intervalo de confiança calculado com base numa amostra extraída de várias replicações independentes (*runs*), mas sim, determinar que dimensão deve ter a amostra de modo a que se possa obter uma estimativa com uma precisão relativa pré-especificada [14]. A partir de um número reduzido de replicações n , pode calcular-se uma estimativa da variância para uma determinada grandeza. Se admitirmos que essa estimativa não se altera significativamente com o número de replicações, podemos determinar a dimensão necessária para a amostra, pela expressão:

$$\frac{t_{r-1, 1-\alpha/2} \sqrt{\frac{S^2}{r}}}{|\bar{X}|} \leq \delta \quad (2A)$$

sendo S^2 a estimativa da variância calculada com base na amostra inicial de dimensão n , δ a precisão relativa pretendida e r a dimensão que a amostra deverá ter para se obter essa precisão com um nível de confiança α . Uma vez determinado o valor de r , deverão realizar-se $(r - n)$ simulações adicionais. A utilização de uma amostra reduzida para estimar S^2 pode resultar numa sobre-estimativa. Um procedimento para reduzir esse efeito consiste em rever a estimativa S^2 após a realização de cada simulação adicional, até se obter a precisão pretendida.